

5. matematické kolokvium

Roger Howe

Heisenberg group and the oscillator semigroup

Čtvrtek 30. 5. 2013, 12.30, místnost K1

Profesor Roger E. Howe (1945), nyní profesorem University Yale, je znám především díky svým příspěvkům k teorii reprezentací, zejména díky termínu redukivního páru, Howeově dualitě, zobecňující dualitu Schurovu a Weylovu, a tzv. Howeově korespondenci v teorii theta forem. Ve svých četných pracích ukazuje také možné *systematické* přístupy k některým oblastem matematiky, jako je např. klasická teorie invariantů multilineárních forem (binárních, kvartických atd.) či k harmonické analýze.

Roger E. Howe zvítězil ještě jako student roku 64 ve známé Putnamově soutěži, je členem americké Národní akademie věd, spolupracovník Americké matematické společnosti a byl touto společností oceněn za jeho tématicky široké příspěvky matematice; výčet není úplný.

Dotkněme se jeho systematizačních příspěvků k *harmonické analýze*, které souvisí s jeho přednáškou na kolokviu. Fourierovu transformaci lze nahlédnout jako zobrazení zprostředkávající ekvivalenci mezi jistými dvěma reprezentacemi Heisenbergovy grupy. Heisenbergova grupa H_n je maticová grupa tvořená všemi maticemi tvaru

$$\begin{pmatrix} 1 & p^T & t \\ 0 & I & q \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

kde $p, q \in \mathbb{R}^n$, $t \in \mathbb{R}$ a I je jednotková matice $(n-2) \times (n-2)$. Násobením je klasické maticové násobení. Tyto matice lze spojitě reprezentovat mnohými způsoby pomocí operátorů na prostorech $L^2(\mathbb{R}^n)$ tak, aby operátorové skládání reflektovalo skládání elementů Heisenbergovy grupy, tj. maticové násobení. Fourierova transformace je ekvivalence mezi jistými dvěma reprezentacemi. Označíme-li tyto dvě reprezentace Heisenbergovy grupy $\pi_1 : H_n \rightarrow \text{End}(L^2(\mathbb{R}^n))$ a analogickou druhou jako π_2 , platí, že

$$\mathcal{F}[\pi_1(p, q, t)f] = \pi_2(p, q, t)(\mathcal{F}(f)),$$

kde $f \in L^2(\mathbb{R}^n)$, (p, q, t) je zkratkou pro nahoře uvedenou matici a $\pi_{1,2}(p, q, t)$ jsou příslušné operátory na $L^2(\mathbb{R}^n)$, jimiž “reprezentujeme” element (p, q, t) . *Oscilátorová semigrupa* je pojem související s tzv. Weilovu (zvanou též metaplektická, symplektická spinorová, Segalova-Shaleova) reprezentací. Prof. Howe pro tuto reprezentaci razí pojem oscilátorová.

Prof. Howe se v přednášce bude dotýkat právě výše nastíněných témat, z nichž mnohá je možné najít v přehledovém článku “On the role of the Heisenberg group in harmonic analysis,” viz projecteuclid.org/euclid.bams/1183547543, zajímavým pro matematickou veřejnost sahající od matematiků zabývajících se reprezentacemi (topologických) grup nebo matematickou či funkcionální analýzou (zejména klasickou harmonickou analýzou) po geometry či zájemce o matematickou kvantovou mechaniku.