0 Úvod – co nás čeká

Přednáška se zabývá základními matematickými metodami práce s daty, vzniklými nebo řízenými nějakým náhodným mechanismem. Na rozdíl od základní přednášky z pravděpodobnosti a matematické statistiky se zde budeme zabývat časovými řadami: daty, které mají podobu dvou posloupností $(t_1, t_2, \dots t_k)$ - časových okamžiků, ve kterých jsme prováděli pozorování, a $(x_{t_1}, x_{t_2}, \dots, x_{t_k})$ - odpovídajících hodnot v těchto časech pozorovaných.

Začneme prostým vyrovnáváním dat, kdy se vhodnou úpravou dat snažíme docílit toho, aby upravená data lépe vystihovala pozorovaný jev. Snažíme se různými metodami zbavit nepodstatných „náhodných fluktuací“ a získat vyrovnaná data ukazující hlavní trend. Při tomto způsobu analýzy nepoužíváme žádný stochastický model pro mechanismus generující pozorovaná data.

Složitější metodu pro růstová data si ukážeme ve druhé kapitole, kdy už používáme model popisující vývoj celkové velikosti populace nebo celkového množství, např. rezervy penzijního fondu. Model je deterministický, daný řešením diferenciální rovnice popisující závislost mezi velikostí a rychlostí růstu populace, takže se v podstatě opět snažíme o proložení dat nějakou křivkou. Nyní už ale máme tvar oné křivky daný předem – naším modelem, růstovým modelem daným diferenciální rovnicí – a máme pro tu křivku interpretaci, resp. máme interpretaci pro parametry té křivky.

Ve třetí kapitole se podíváme na lineární soustavy a základy lineární regulace. Lineární soustava transformuje vstupní posloupnost stavů na výstupní posloupnost stavů a vztah mezi vstupní a výstupní posloupností je lineární, tj. členy výstupní posloupnosti jsou lineární kombinací (části) členů vstupní posloupnosti. Výstup v čase t může záviset na části nebo na „celé minulosti“ vstupů do času t. Budeme zkoumat stabilitu lineárních soustav, tj. jestli se výstupní posloupnost vrací do rovnovážného stavu i při určitých výkyvech posloupnosti vstupní. Tím zakončíme povídání o deterministických modelech a přesuneme se k modelům stochastickým čili náhodným.

Začneme markovskými řetězci. Markovský řetězec je posloupnost náhodných veličin, stav markovského řetězce v daném čase je tedy náhodná veličina. Struktura náhodnosti je tu však velmi jednoduchá. Pravděpodobnostní rozdělení stavů markovského řetězce v budoucnosti je totiž zcela určeno jeho stavem v přítomném okamžiku, tj. při znalosti současného stavu jsou minulost a budoucnost markovského řetězce (resp. procesu, jenž markovským řetězcem modelujeme) nezávislé. Ukážeme si, jak lze takové modely využít v pojišťovnictví.

V páté kapitole se tak trochu vrátíme k analýze časových posloupností z kapitoly jedna, teď už ovšem vybaveni stochastickým modelem pro časové řady, který má také lineární strukturu podobnou té v kapitole 3. Budeme se zabývat i predikcí budoucích pozorování v časových řadách.

Na závěr si v šesté kapitole ukážeme zcela odlišný model. Všechny modely, které jsme zatím představili, vypadaly tak, že jsme v pevných časových okamžicích pozorovali realizaci nějaké náhodné veličiny, a zajímala nás hodnota (velikost) této veličiny. V poslední kapitole budeme zkoumat situaci, kdy se v náhodných časových okamžicích vyskytuje nějaká událost. Předmětem našeho zkoumání tedy nejsou ony události jako takové, ale časy jejich výskytu, resp. počet takových událostí k nějakému pevnému datu. Příkladem jsou škodné události v pojištění, které se vyskytují v náhodných časech. Takové situace se dají modelovat pomocí Poissonova procesu. Jako aplikaci si ukážeme analýzu systémů hromadné obsluhy.