Úloha 2.1 (úloha o rozdělení sázky)

Uvažujme dva stejně dobré hráče, kteří hrají sérii her, ve kterých není remíza.

Oba vsadili stejnou částku a dohodli se, že kdo první vyhraje 6 her, získá celou vsazenou sumu peněz.

V době, kdy první hráč vyhrál 5 her a druhý 3 hry, museli svůj souboj přerušit.

Jak si mají sázku spravedlivě rozdělit?

Nedostatky klasické pravděpodobnosti

Pouze konečný počet elementárních jevů,

všechny elementární jevy stejně pravděpodobné,

definice kruhem.

Nedostatky klasické pravděpodobnosti

Příklad:

opakujeme hody spravedlivou mincí, dokud nepadne líc.

Kolmogorovova definice pravděpodobnosti (1933)

σ-algebra

pravděpodobnost jako míra

Vlastnosti pravděpodobnosti

(i) $P(\emptyset) = 0$

(ii) $P(A) + P(A^c) = 1$

(iii) $P(A) \leq P(B)$, pokud $A \subseteq B$

(iv) $0 \leq P(A) \leq 1$ pro každé $A \in \mathcal{A}$

Úloha 2.2 (hazardní hry)

Která z následujících událostí je nejpravděpodobnější?

a) výhra prvního pořadí v jednom tahu Sportky (uhodnutí 6 čísel z 49),

b) 24 líců ve 24 hodech mincí,

c) obdržení jen vysokých karet (10, J, Q, K, A) v bridži (rozdává se 13 karet z 52),

d) alespoň 5 nul v 6 kolech evropské rulety?

Hlasovací otázka 2

Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 3 kostkami padne dvě či více stejných čísel? Hledaná pravděpodobnost leží v intervalu:

A) [0,0; 0,2)

B) [0,2; 0,4)

C) [0,4; 0,6)

D) [0,6; 0,8)

E) [0,8; 1,0]

Úloha 2.3 (narozeninový problém)

Jaká je pravděpodobnost, že ve skupině n lidí existuje dvojice, která má narozeniny ve stejný den?

Jak velké musí být n, aby tato pravděpodobnost byla aspoň $1/2$?

Pro jednoduchost neuvažujme přestupné roky a předpokládejme, že dny narození jsou rovnoměrně rozděleny během roku.

Bonusová úloha 2.4 (těsně vedle se taky počítá)

Jaká je pravděpodobnost, že ve skupině n lidí existuje dvojice, u které se data narozenin liší maximálně o jeden den?

Jak velké musí být n, aby tato pravděpodobnost byla aspoň $1/2$?