Geometrická pravděpodobnost

V některých situacích je přirozené popsat prostor Ω všech elementárních jevů nějakým geometrickým útvarem.

Pravděpodobnost jevu $A \subseteq \Omega$ pak můžeme definovat jako $P(A) = |A|/|\Omega|$, kde $|A|$ značí „velikost“ (objem, plocha, délka, $\ldots$) množiny A.

Potřebujeme, aby prostor Ω měl kladnou a konečnou „velikost“ a všechny jeho prvky měly „stejnou váhu“.

Úloha 4.1 (Buffonova úloha o minci)

Uvažujme podlahu rozdělenou čtvercovou pravidelnou mříží o straně délky a (např. dlaždičky nebo šachovnice).

Jaká je pravděpodobnost, že kruhovou mincí o poloměru $r < a/2$ zasáhneme některou z čar mříže?

Hlasovací otázka 5

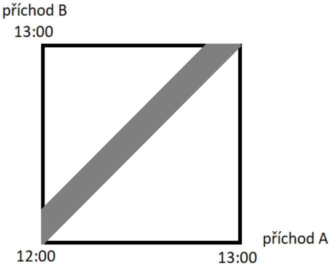
Dva kamarádi dorazí na místo schůzky náhodně, nezávisle na sobě, mezi 12:00 a 13:00.

Zajímá nás, s jakou pravděpodobností první příchozí nebude na druhého příchozího čekat déle než 10 minut.

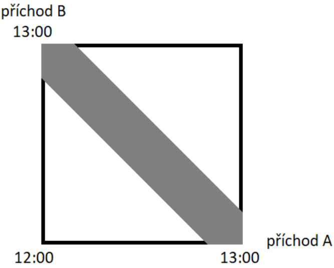
Jak můžeme situaci znázornit geometricky?

Hlasovací otázka 5

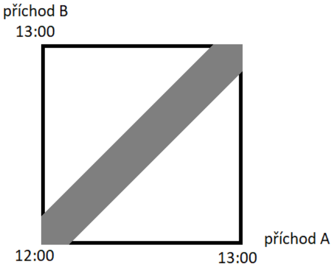
A)



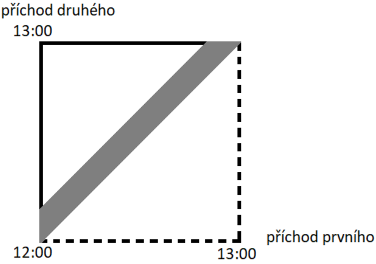
C)



B)



D)



Úloha 4.2 (Buffonova úloha o jehle)

Představme si, že jehlu délky ℓ házíme na podlahu, na které jsou v pravidelných vzdálenostech d umístěny rovnoběžné přímky (např. rýhy mezi prkny v dřevěné podlaze). Předpokládejme $\ell < d$.

Jaká je pravděpodobnost, že tato jehla protne některou z rovnoběžek?

K diskusi: odhad pravděpodobnosti

Když pravděpodobnost nějakého jevu neznáme, můžeme ji nějak odhadnout na základě pozorování či experimentů?

Například nevěřím ve férovost mince, je možné odhadnout pravděpodobnost padnutí panny, resp. orla?

Úloha o jehle: když známe hodnoty ℓ, d, mohli bychom odhadnout hodnotu π.

`https://mste.illinois.edu/activity/buffon/`

Úloha 4.3 (Bertrandův paradox)

Do kružnice je vepsán rovnostranný trojúhelník.

S jakou pravděpodobností je délka náhodně zvolené tětivy v kružnici větší než délka strany tohoto trojúhelníku?

Jakým algoritmem můžeme náhodně volit tětivu?