

# Nezávislost

Řekneme, že jevy  $A$  a  $B$  jsou *nezávislé*, pokud  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ .

Řekneme, že jevy  $A_1, \dots, A_n$  jsou *nezávislé*, pokud

$$P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_k}) = P(A_{i_1}) \dots P(A_{i_k})$$

pro každé  $\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, n\}$ ,  $k \in \{2, \dots, n\}$ .

Při dvou hodech mincí označme jev  $A$ , že v prvním hodu padne rub, jev  $B$ , že v druhém hodu padne rub, a jev  $C$ , že právě jednou padne rub.

Potom  $P(A) = P(B) = P(C) = 1/2$ ,  
 $P(A \cap B) = P(A \cap C) = P(B \cap C) = 1/4$ , ale  $P(A \cap B \cap C) = 0$ .

Znamená to, že jevy  $A$ ,  $B$ ,  $C$  jsou po dvou *nezávislé*, ale nejsou (sdruženě) *nezávislé*.

## Úloha 6.1 (poslední banán)

Dva námořníci ztroskotali na opuštěném ostrově a hrají kostky o svůj poslední banán.

Pravidla: hodí se dvěma kostkami, pokud bude nejvyšším číslem 1, 2, 3 nebo 4, vyhraje námořník A, pokud bude nejvyšším číslem 5 nebo 6, vyhraje námořník B.

Kdo má větší šanci získat poslední banán?

<https://www.youtube.com/watch?v=Kgudt4PXs28>

## Hlasovací otázka 6

$A, B$  jsou disjunktní jevy. Platí:

- A)  $A, B$  jsou určitě nezávislé,
- B)  $A, B$  určitě nejsou nezávislé,
- C)  $A, B$  mohou a nemusí být nezávislé.

## **Dokažte:**

Když  $A$  a  $B$  jsou nezávislé, pak  $A$  a  $B^c$  jsou nezávislé. Podobně  $A^c$  a  $B$  jsou nezávislé a  $A^c$  a  $B^c$  jsou nezávislé.

## Hlasovací otázka 7

Dva kamarádi dorazí na místo schůzky náhodně, nezávisle na sobě, mezi 12:00 a 13:00.

Uvažme jevy  $A = \{ \text{Adam přijde dříve než ve 12:30} \}$ ,  $B = \{ \text{Bára přijde později než ve 12:30} \}$ ,  $C = \{ \text{Adam přijde dříve než Bára} \}$ .

- A)** Jevy A, B jsou nezávislé,
- B)** jevy A, C jsou nezávislé,
- C)** jevy B, C jsou nezávislé,
- D)** jevy A, B, C jsou nezávislé,
- E)** žádná z předchozích možností neplatí.

## Doplňující otázka

Dva kamarádi dorazí na místo schůzky náhodně, nezávisle na sobě, mezi 12:00 a 13:00.

Uvažme jevy  $A' = \{ \text{Adam přijde později než ve 12:30} \}$ ,  $B = \{ \text{Bára přijde později než ve 12:30} \}$ ,  $C = \{ \text{Adam přijde dříve než Bára} \}$ .

- A)** Jevy  $A'$ ,  $B$  jsou nezávislé,
- B)** jevy  $A'$ ,  $C$  jsou nezávislé,
- C)** jevy  $B$ ,  $C$  jsou nezávislé,
- D)** jevy  $A'$ ,  $B$ ,  $C$  jsou nezávislé,
- E)** žádná z předchozích možností neplatí.

## Úloha 6.2 (korektury)

Dva korektoři četli nezávisle na sobě stejný text.

První z nich objevil celkem  $a$  tiskových chyb, druhý celkem  $b$  tiskových chyb, z nichž  $c$  objevil také první korektor.

Odhadněte, kolik neodhalených chyb v rukopisu ještě zůstalo.

## Úloha 6.3 (krevní skupiny)

Zastoupení krevních skupin v populaci v ČR je přibližně následující:  
A – 42 %, O – 39 %, B – 15 %, AB – 4 %.

Za předpokladu, že lidé si vybírají partnera nezávisle na krevní skupině, jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný pár v ČR má shodnou krevní skupinu?