

### Zkoušková písemka z NMAA101 - 9.1.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}))^n.$$

2.(10 bodů) Nalezněte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right) \frac{1}{x}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = xe^{|x^2-1|}.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  a  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  jsou posloupnosti.

A) Sestrojte  $a_n, b_n$  aby  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$  a  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n = \liminf_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ .

B) Lze sestrojít  $a_n, b_n$  splňující A) a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 1$ ?

C) Lze sestrojít  $a_n, b_n$  splňující A) a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ ?

Přeji Vám mnoho štěstí.

### Zkoušková písemka z NMAA101 - 9.1.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}))^n.$$

2.(10 bodů) Nalezněte limitu funkce

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right) \frac{1}{x}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = xe^{|x^2-1|}.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  a  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  jsou posloupnosti.

A) Sestrojte  $a_n, b_n$  aby  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n = \limsup_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$  a  $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n = \liminf_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ .

B) Lze sestrojít  $a_n, b_n$  splňující A) a  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 1$ ?

C) Lze sestrojít  $a_n, b_n$  splňující A) a  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ ?

Přeji Vám mnoho štěstí.