

Zkoušková písemka z NMAA101 - 22.1.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[n]{2} + \sqrt[n]{3}}{2} \right)^n.$$

2.(10 bodů) Nalezněte $a \in \mathbf{R}$, aby následující limita byla vlastní a limitu spočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x) + a \sin^2 x}{x^4}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \cos x - \sin^2 x.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ je posloupnost reálných funkcí (pro každé $n \in \mathbf{N}$ máme jednu funkci) a necht' pro každé $x \in [0, 1]$ existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$.

A) Necht' f_n jsou uniformně omezené, tedy $\exists K > 0 \forall n \in \mathbf{N} \forall x \in [0, 1] : |f_n(x)| \leq K$.

Musí být f omezená funkce?

B) Necht' jsou všechny f_n spojité funkce. Musí být f spojitá funkce?

Přeji Vám mnoho štěstí.

Zkoušková písemka z NMAA101 - 22.1.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Nalezněte limitu posloupnosti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt[n]{2} + \sqrt[n]{3}}{2} \right)^n.$$

2.(10 bodů) Nalezněte $a \in \mathbf{R}$, aby následující limita byla vlastní a limitu spočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos x) + a \sin^2 x}{x^4}.$$

3.(20 bodů) Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \cos x - \sin^2 x.$$

4.(10 bodů) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad): Nechť $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ je posloupnost reálných funkcí (pro každé $n \in \mathbf{N}$ máme jednu funkci) a necht' pro každé $x \in [0, 1]$ existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = f(x)$.

A) Necht' f_n jsou uniformně omezené, tedy $\exists K > 0 \forall n \in \mathbf{N} \forall x \in [0, 1] : |f_n(x)| \leq K$.

Musí být f omezená funkce?

B) Necht' jsou všechny f_n spojité funkce. Musí být f spojitá funkce?

Přeji Vám mnoho štěstí.