

### Zkoušková písemka z NMAA102 - 17.5.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2})^n \cos^n a}{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}$$

a) pro  $a = \frac{\pi}{3}$  b) v závislosti na parametru  $a \in \mathbf{R}$ .

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3e^{|x|} + 4}{e^{2|x|} + 3e^{|x|} + 2} dx.$$

3.(10 bodů) Spočtěte délku křivky parametrizované

$$\varphi(t) = [2t^2 + 1, 2t^2 - 1, t^3], \quad t \in [0, 2].$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y'(x) = \frac{3e^x}{(1 + e^x)y}.$$

**Nezapomeňte určit na jakém intervalu je to řešení.**

5.(10 bodů) Nechť  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbf{R}$  je spojitá funkce. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Nechť  $f$  je spojitá na  $(0, 1) \implies$  existuje  $(N) \int_0^1 f(x) dx \in \mathbf{R}$ .

b) Nechť  $f$  je stejnoměrně spojitá na  $(0, 1) \implies$  existuje  $(N) \int_0^1 f(x) dx \in \mathbf{R}$ .

Přeji Vám mnoho štěstí.

### Zkoušková písemka z NMAA102 - 17.5.2024

Na každý papír napište: 1. Číslo příkladu 2. Jméno

1.(10 bodů) Vyšetřete konvergenci následující řady

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sqrt{2})^n \cos^n a}{\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}}$$

a) pro  $a = \frac{\pi}{3}$  b) v závislosti na parametru  $a \in \mathbf{R}$ .

2.(10 bodů) Spočtěte integrál

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{3e^{|x|} + 4}{e^{2|x|} + 3e^{|x|} + 2} dx.$$

3.(10 bodů) Spočtěte délku křivky parametrizované

$$\varphi(t) = [2t^2 + 1, 2t^2 - 1, t^3], \quad t \in [0, 2].$$

4.(10 bodů) Nalezněte všechna maximální řešení rovnice

$$y'(x) = \frac{3e^x}{(1 + e^x)y}.$$

**Nezapomeňte určit na jakém intervalu je to řešení.**

5.(10 bodů) Nechť  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbf{R}$  je spojitá funkce. Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení (tedy je dokažte, nebo sestrojte protipříklad):

a) Nechť  $f$  je spojitá na  $(0, 1) \implies$  existuje  $(N) \int_0^1 f(x) dx \in \mathbf{R}$ .

b) Nechť  $f$  je stejnoměrně spojitá na  $(0, 1) \implies$  existuje  $(N) \int_0^1 f(x) dx \in \mathbf{R}$ .

Přeji Vám mnoho štěstí.