T37

(a) $\Lambda \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^d)$, Λ má kompaktní nosič $\Rightarrow \Lambda \in \mathcal{S}'$

$\ulcorner$ V17 (d) $\Rightarrow \exists N_0 \in \mathbb{N}_0 \; \exists C > 0$, že
$\forall \varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^d): |\Lambda(\varphi)| \leq C \cdot \|\varphi\|_N \leq C \cdot p_N(\varphi)$
a pužijeme T 36 (b) $\lrcorner$

(b) $f \in L^p(\mathbb{R}^d)$, $p \in [1,\infty] \Rightarrow \Lambda_f(\varphi) = \int_{\mathbb{R}^d} f\varphi$, $\varphi \in \mathcal{S}$
je temper. distribuce

$\ulcorner \mathcal{S} \subset \bigcap_{r \in [1,\infty]} L^r(\mathbb{R}^d)$. Teď nechť q je duální exponent,

pro $\varphi \in \mathcal{S} \Rightarrow \varphi \in L^q \Rightarrow f \cdot \varphi \in L^1 \Rightarrow$ integrál konverguje,
Λ_f je dobře def. na $\mathcal{S}$.

spojitost: $p = 1 \Rightarrow |\Lambda_f(\varphi)| \leq \|f\|_1 \, \|\varphi\|_\infty \leq \|f\|_1 \, p_1(\varphi)$
$p > 1 \Rightarrow$ zvolme $m \in \mathbb{N}$, že $m \cdot q > \frac{d}{2}$.
Pak funkce $\frac{1}{(1+\|t\|^2)^m}$ patří do L^q,

a tedy $\frac{f(t)}{(1+\|t\|^2)^m}$ patří do L^1

$$|\Lambda_f(\varphi)| = \int_{\mathbb{R}^d} \frac{f(t)}{(1+\|t\|^2)^m} \cdot (1+\|t\|^2)^m \cdot \varphi(t)\, dt$$

$$\leq \int_{\mathbb{R}^d} \left| \frac{f(t)}{(1+\|t\|^2)^m} \right| dt \cdot p_m(\varphi) \lrcorner$$

(c) f měřitelná, ex. P polynom, $|f| \leq |P| \Rightarrow \Lambda_f \in \mathcal{S}'$
$\ulcorner m > \frac{d}{2} + \deg P \Rightarrow \frac{P(t)}{(1+\|t\|^2)^m}$ patří do L^1, a tedy

lze postupovat stejně jako (b) $\lrcorner$

(d) μ míra (konečná) na $\mathbb{R}^d$ $\Rightarrow \Lambda_\mu \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$

$$|\Lambda_\mu(\varphi)| = \left|\int_{\mathbb{R}^d} \varphi \, d\mu\right| \leq \int_{\mathbb{R}^d} |\varphi| \, d|\mu| \leq \|\varphi\|_\infty \cdot \|\mu\|$$

$$\leq \|\mu\| \cdot p_1(\varphi)$$

T 38 (a) $\Lambda \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d) \Rightarrow D^\alpha \Lambda \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$

$\Big[\varphi_n \to \varphi$ v $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d) \overset{V28(b)}{\Rightarrow} D^\alpha \varphi_n \to D^\alpha \varphi$ v $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$

$\Rightarrow \Lambda(D^\alpha \varphi_n) \to \Lambda(D^\alpha \varphi) \Rightarrow D^\alpha \Lambda(\varphi_n) \to D^\alpha \Lambda(\varphi) \Big]$

(b) $f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$ nebo f polyfunkce, $\Lambda \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d) \Rightarrow f \cdot \Lambda \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$

$\Big[\varphi_n \to \varphi$ v $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d) \overset{V28(b)}{\Rightarrow} f \cdot \varphi_n \to f \cdot \varphi$ v $\mathcal{S}(\mathbb{R}^d)$

$\Rightarrow \Lambda(f \cdot \varphi_n) \to \Lambda(f \cdot \varphi) \Rightarrow f \cdot \Lambda(\varphi_n) \to f \cdot \Lambda(\varphi) \Big]$