Anotace pro akreditaci, včetně garantů přednášky a literatury

Parciální diferenciální rovnice I

1. roč. NMgr., ZS, 3/1, 6 kreditů

Vyučující

Prof. RNDr. Josef Málek, CSc., DSc., Doc. Mgr. Milan Pokorný, PhD.

Osnova po jednotlivých blocích ev. týdnech výuky, příp. stručná anotace předmětu

- Sobolevovy prostory: definice a základní vlastnosti, věty o vnoření, věty o stopách
- Slabá řešení lineárních eliptických rovnic 2. řádu: existence řešení, řešící operátor a jeho vlastnosti, princip maxima a jednoznačnost, regularita, ekvivalence úlohy s minimalizací kvadratického funkcionálu
- Slabá řešení nelineárních eliptických rovnic 2. řádu: slabá formulace vybraných nelineárních úloh, existence a jednoznačnost řešení, princip maxima, regularita, základní věta variačního počtu

Základní studijní literatura a studijní pomůcky

L. C. Evans: Partial Differential Equations, AMS, 2010
D. Gilbarg, N.S. Trudinger: Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer, 2001

Doporučená studijní literatura a studijní pomůcky

F. Sauvigny: Partial Differential Equations 2, Functional Analytic Methods, Springer, 2006
M.Renardy, R.C.Rogers: An Introduction to Partial Differential Equations. Springer-Verlag, New York, 1993
J. Málek, M. Pokorný: Úvod do moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic, učební text MFF UK, http://www.karlin.mff.cuni.cz/~malek/new/images/Skripta.pdf

<u>Sylabus pro SIS, tzv. „závazný“</u>

Parciální diferenciální rovnice I

1. roč. NMgr., ZS, 3/1, 6 kreditů

Obecný pojem slabého řešení

Sobolevovy prostory: definice a základní vlastnosti, věty o vnoření, věty o stopách

Slabá řešení lineární eliptické rovnice na omezené oblasti, různé okrajové podmínky, řešení pomocí Rieszovy věty o reprezentaci a pomocí Lax-Milgramovy lemmy, kompaktnost řešícího operátoru, vlastní vektory a vlastní čísla řešícího operátoru, Fredholmova alternativa a její aplikace, princip maxima pro slabé řešení, regularita, slabá formulace a přehled základních výsledků pro úlohu na neomezené oblasti, symetrický operátor: ekvivalence úlohy s minimalizací kvadratického funkcionálu

Nelineární eliptické rovnice 2. řádu, úvod do variačního počtu, základní věta variačního počtu, souvislost s konvexitou, slabá formulace vybraných nelineárních úloh, existence a jednoznačnost řešení, metoda monotónních operátorů, princip maxima, regularita

Základní studijní literatura a studijní pomůcky

L. C. Evans: Partial Differential Equations, AMS, 2010
D. Gilbarg, N.S. Trudinger: Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, Springer, 2001

Doporučená studijní literatura a studijní pomůcky

F. Sauvigny: Partial Differential Equations 2, Functional Analytic Methods, Springer, 2006
M.Renardy, R.C.Rogers: An Introduction to Partial Differential Equations. Springer-Verlag, New York, 1993.
J. Málek, M. Pokorný: Úvod do moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic, učební text MFF UK, http://www.karlin.mff.cuni.cz/~malek/new/images/Skripta.pdf

Sylabus podrobný (tzv. „typický“), včetně odhadu počtu přednášek

Parciální diferenciální rovnice I

1. roč. NMgr., ZS, 3/1, 6 kreditů

[13 tříhodinových přednášek při 13 týdenním semestru]

1 Úvod [1]

Význam pojmu slabého řešení:

- obecnější pojem řešení (existence pro širší třídu operátorů a dat, vhodný pojem pro nehladká data, základní objekt pro metodu konečných prvků)
- primární pojem v úlohách variačního počtu (souvislost se slabým řešením Euler-Lagrangeových rovnic)
- primární pojem pro bilanční rovnice mechaniky kontinua

2 Sobolevovy prostory [4]

- slabá derivace, slabě diferencovatelné funkce, (absolutní spojitost po přímkách), prostory $W^{k,p}, W^{k,p}_0$, reflexivita, separabilita, (BV prostory)
- hustota $C^{\infty}(\overline{\Omega})$ i $C^{\infty}(\Omega) \cap W^{k,p}(\Omega)$ funkcí
- operátor prodloužení pro sobolevovské funkce a lipschitzovskou hranici
- nerovnosti Gagliardo--Nirenberg, Morrey, věty o spojitém a kompaktním vnoření do Lebesgueových a Hölderových prostorů
- nerovnosti Sobolev-Poincaré, Friedrichs
- věta o stopách, charakterizace $W^{1,p}_0$ pomocí stop

3 Slabá řešení lineární eliptické rovnice na omezené oblasti [4]

- Formulace slabé úlohy pro lineární eliptickou rovnici s různými okrajovými podmínkami, řešení pomocí Rieszovy věty o reprezentaci (symetrický operátor) a pomocí Lax-Milgramovy lemmy
- kompaktnost řešícího operátoru, vlastní vektory a vlastní čísla řešícího operátoru
- Fredholmova alternativa a její aplikace
- princip maxima pro slabé řešení
- $W^{2,2}$ regularita (vnitřní i hraniční) pomocí techniky diferencí, vyšší regularita
- slabá formulace a přehled základních výsledků pro úlohu na neomezené oblasti
- symetrický operátor: ekvivalence úlohy s minimalizací kvadratického funkcionálu

4 Nelineární skalární eliptické rovnice 2. řádu [4]

- úvod do variačního počtu, základní věta variačního počtu, souvislost s konvexitou
- slabá formulace vybraných nelineárních úloh
- existence a jednoznačnost řešení pomocí věty o pevném bodu (nelineární Lax-Milgram pro dvojkovou strukturu)
- existence řešení pomocí Galerkinovy metody a Mintyho triku -- monotónní operátor + semilineární člen
- princip maxima
- regularita (derivace 2. řádu)