

BAKALÁRSKA PRÁCA Z MATEMATIKY

Stanislav Nagy

NMAT362 18.02.2022

Univerzita Karlova

Matematicko-Fyzikální fakulta

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Príprava bakalárskej práce a jej obhajoba.

- 12 týždňov semestra (končíme 13.5.2022).
- Prvé 3 týždne teória a diskusia:
 - 18.2.2022: Bakalárska práca;
 - 25.2.2022: Základy \LaTeX -u;
 - 4.3.2022: Príprava prezentácie.
- Nasledujúcich 9 týždňov prezentácie; každý prezentuje dvakrát:
 1. Téma práce a predstavenie problému;
 2. Prezentácia bakalárskej práce.

PREZENTÁCIE NA SEMINÁRI

Každý prezentuje dvakrát:

1. Téma práce a predstavenie problému (11.3.-8.4.2022);
Rezervácia termínu na doodle.com
2. Prezentácia bakalárskej práce (8.4-13.5.2022).
Rezervácia termínu na doodle.com
 - Každá prezentácia v rozsahu 10-12 min., 5 prezentácií týždenne.
 - Prezentácie v *pdf* do Moodle modulu kurzu do štvrtku večera.

Podmienky získania zápočtu: Prezentácie, dochádzka, aktívna účasť.

VÝBER A ZADANIE PRÁCE

Základné informácie o bakalárskej práci na MFF

www.mff.cuni.cz → *studenti* → *Bc. a Mgr. studium* →
[Bakalářské a diplomové práce](#)

Informácie špecifické pre študentov na matematickej sekcii MFF

www.mff.cuni.cz/cs/math/ → *pro studenty* →
[Bakalářské programy](#)

➔ [Standardy bakalářské práce](#)

- Téma sa typicky vyberá na začiatku 3. ročníka.
- Základná ponuka bakalárskych prác je dostupná v SISE

*<https://is.cuni.cz/studium> →
[Témata prací \(Výběr práce\)](#)*

Vyhľadávanie je asi najlepšie podľa mat. sekce, resp. ústavu (katedry).
Např., na [KPMS](#) máme vypísaných 58 bc. prác.

VÝBER PRÁCE: NIEKOĽKO RÁD

Výber témy a školiteľa:

- Výber je obmedzený – začnite včas.
- Téma je dôležitá, školiteľ dôležitejší.
- Pýtajte sa, dajte na referencie starších študentov.
- Vyberte si niekoľko tém, konzultujte s vedúcimi prác.
- Témy majú rôznu obtiažnosť, nie vždy sú vhodné pre každého.
- Ak niečo nie je jasné, **pýtajte sa!**

VYPRACOVANIE PRÁCE

Zo [sprievodcu po bakalárskej práci](#):

“Cílem bakalářské práce je prokázat schopnost samostatné odborné práce.”

Typický postup:

- Konzultácia so školiteľom, ujasnenie zadania práce;
- vyhľadanie a spracovanie zdrojov (odb. článkov, kníh);
- spísanie vlastného textu práce;
- finálne úpravy a odovzdanie.

Dôležité sú najmä **Zásady pre vypracovanie práce.**

V [SISe](#) napr. nájdeme

Zásady pro vypracování

Riešiteľ(ka) sa zoznami s pojmom log-konkávnych mier a ich rozšíreniami, prehľadne spíše ich základné vlastnosti a uvedie príklady takýchto mier.

Seznam odborné literatury

S. Dharmadhikari and K. Joag-Dev (1988). Unimodality, convexity, and applications. Probability and Mathematical Statistics. Academic Press, Inc., I
C. Borell (1975). Convex set functions in d -space. Period Math. Hungar., 6, 111-136.
Y. Rinott (1976). On convexity of measures. Ann. Probability, 4, 1020-1026.
A. Prékopa (1995). Stochastic programming. Springer, Dordrecht.

- Po formálnom zadaní práce nie je možné zásady upravovať.
- Znenie zásad podpísané dekanom MFF vkladáte do bc. práce.
- ➡ Zadanie musíme dodržať.

Bc. práca musí (aspoň čiastočne) pokryť materiál **nad úroveň základných kurzov** oboru.

Externé zdroje:

- Základné zdroje získate od školiteľa.
- Zoznamy literatúry z článkov;
- [MathSciNet](#);
- [Google Scholar](#);
- Vyhľadávanie kľúčových slov.

Prístup k odborným článkom: [Google Scholar](#)

The screenshot shows the Google Scholar search interface. At the top, the search bar contains the text "simplicial depth" and a magnifying glass icon. Below the search bar, the results are categorized under "Articles" with a subtext "About 1,020 results (0.05 sec)".

On the left side, there are several filters and options:

- Any time**: Includes "Since 2021", "Since 2018", and "Custom range...".
- Sort by relevance**: Includes "Sort by date".
- Any type**: Includes "Review articles".
- Checkboxes for "include patents" (unchecked) and "include citations" (checked).
- A "Create alert" button.

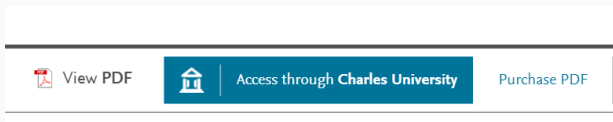
The search results list three articles:

- On a notion of simplicial depth** by RY Liu. Published in "Proceedings of the National Academy of Sciences, 1988 - National Acad Sciences". The abstract states: "For a distribution F on R^p and a point x in R^p the **simplicial depth** $D(x)$, which is the probability that x be inside a random simplex whose vertices are $p + 1$ independent observations ...". It has 130 citations and 10 versions. A PDF is available on pnas.org.
- On algorithms for simplicial depth.** by AY Cheng and M Quyang. Published in "CCCG, 2001 - researchgate.net". The abstract states: "**Simplicial depth** measures how deep a point is among a set of points. Efficient algorithms to compute it are important to its usefulness in applications, such as multivariate analysis in ...". It has 46 citations and 5 versions. A PDF is available on researchgate.net.
- Limit theorems for the simplicial depth** by L Dumbgen. Published in "Statistics & Probability Letters, 1992 - Elsevier". The abstract states: "... The large sample behavior and a robustness property of the **simplicial depth** for multivariate data, introduced by R. Liu (1990), are studied. A functional CLT is derived and applied to an ...". It has 61 citations and 4 versions.

Below the third article, there is another result:

- Colourful simplicial depth** by A Deza, S Huang, I Stephen, and I Terlaky. Published in "Discrete & Computational ...", 2006 - Springer. The abstract states: "... [4], we introduce a colourful generalization of Liu's **simplicial depth** [13]. We prove a parity property and conjecture that the minimum colourful **simplicial depth** of any core point in any d -...". It has 33 citations and 17 versions. A PDF is available on springer.com.

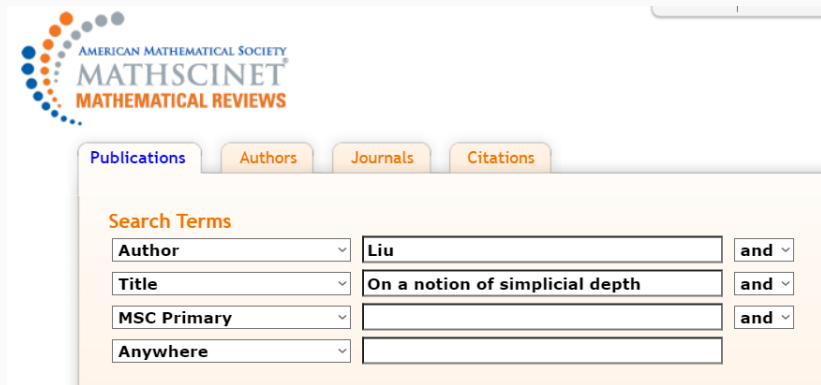
Pre články za Pay-wall:



- Skúste prístup zo sietí MFF;
- Pre knihy a staršie zdroje skúste [knižnicu MFF](#);
- Nájdite pre-print na [ArXiv.org](#) alebo podobnom serveri ([ResearchGate](#), [HAL archive](#), ...);
- Prejdite web-stránky autorov;
- Autorov môžete kontaktovať aj priamo, často radi *pdf* zašlú.

BAKALÁRSKA PRÁCA: ZDROJE

Vyhľadávanie ďalších a podobných článkov: [MathSciNet](#)
(prístupný iba zo sietí MFF)



The screenshot displays the MathSciNet search interface. At the top left is the logo for the American Mathematical Society MathSciNet Mathematical Reviews. Below the logo are four tabs: Publications (selected), Authors, Journals, and Citations. The main search area is titled "Search Terms" and contains four rows of search criteria, each with a dropdown menu, a text input field, and a connector dropdown menu.

Search Term	Value	Connector
Author	Liu	and
Title	On a notion of simplicial depth	and
MSC Primary		and
Anywhere		

Vyhľadávanie ďalších a podobných článkov: [MathSciNet](#)
(prístupný iba zo sietí MFF)

Reviews of this

Select alternative format ▾

Publications results for "Author=(Liu) AND Title=(On a notion of simplicial depth)"

MR0930658 (89c:62090) Reviewed

[Liu, Regina Y. \(1-RTG-ST\)](#)

On a notion of simplicial depth.

Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. **85** (1988), no. 6, 1732–1734.

62H12

[Review PDF](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#) | [Make Link](#)

For a distribution F on \mathbf{R}^p and a point $x \in \mathbf{R}^p$, the author defines simplicial depth as $D(x) = P(x \in S[x_1, \dots, x_{p+1}])$ where x_1, \dots, x_{p+1} are i.i.d. observations from F and S in the simplex with vertices x_1, \dots, x_{p+1} . A multivariate median of F is defined as a point $\mu \in \mathbf{R}^p$ which minimizes $D(\cdot)$. A sample simplicial depth function $\hat{D}_n(x)$ and sample median $\hat{\mu}_n$ are similarly defined. Some properties of $D(\cdot)$ are discussed, and the uniform consistency of $\hat{D}_n(\cdot)$ and $\hat{\mu}_n$ is established. Possible uses of $\hat{D}_n(x)$ in detection of outliers are discussed.

Reviewed by [C. R. Rao](#)

Citations

From References: 18

From Reviews: 0

Vyhľadávanie ďalších a podobných článkov: [MathSciNet](#)
(prístupný iba zo sietí MFF)

- MR4270035** Reviewed [Awan, Jordan; Slavković, Aleksandra](#) Structure and sensitivity in differential privacy: comparing K -norm mechanisms. *J. Amer. Statist. Assoc.* **116** (2021), no. 534, 935–954. [62G99](#) ([60E15](#) [62J05](#) [62J12](#) [68P27](#) [94A17](#))
[Review PDF](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)
- MR4255116** Reviewed [Chandler, Gabriel; Polonik, Wolfgang](#) Multiscale geometric feature extraction for high-dimensional and non-Euclidean data with applications. *Ann. Statist.* **49** (2021), no. 2, 988–1010. [62G07](#) ([62H11](#) [62R40](#))
[Review PDF](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)
- MR3974609** Reviewed [De Loera, Jesús A.; Goaoc, Xavier; Meunier, Frédéric; Mustafa, Nabil H.](#) The discrete yet ubiquitous theorems of Carathéodory, Helly, Sperner, Tucker, and Tverberg. *Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.)* **56** (2019), no. 3, 415–511. (Reviewer: Mircea Balaj) [52A35](#) ([57M99](#) [90C25](#) [91A80](#) [91B32](#))
[Review PDF](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#) | [20 Citations](#)
- MR3836228** Reviewed [Liu, Xiao Hui; Luo, Shi Hua; Zuo, Yi Jun](#) The limit of finite sample breakdown point of Tukey's halfspace median for general data. *Acta Math. Sin. (Engl. Ser.)* **34** (2018), no. 9, 1403–1416. (Reviewer: Evgeny A. Pchelintsev) [62F10](#) ([62F35](#))
[Review PDF](#) | [Clipboard](#) | [Journal](#) | [Article](#)

- Začnite s jednoduchšími zdrojmi, ak existujú: učebnice, wikipedia a ďalšie on-line zdroje, prehľadové články;
- Odborné články sú písané pre odborníkov:
 - Nemajte strach ak niečomu hneď nerozumiete;
 - Preskakujte časti, ktorým nerozumiete.
 - Čítajte viackrát, doplňajte medzery.
 - Porovnávajte niekoľko základných zdrojov, kombinujte.
- Myslite kriticky – články obsahujú preklepy (často) ale aj chyby (menej často).
- V prípade problémov konzultujte so školiteľom.

KEDY ODKAZOVAŤ NA ČLÁNKY

- Za základné znalosti považujeme obsah povinných kurzov bc. štúdia vášho oboru na MFF.
- Pre základné znalosti sa nemusíme odkazovať do literatúry, niekedy to je ale vhodné. Napr.
 - Pojmy ako *matica*, *spojitá funkcia*, alebo *miera* používame bez nutnosti odkazu;
 - Pre špecifickú *vetu o strednej hodnote* sa radšej odkážeme do skrípt.
- Pre všetky ďalšie termíny/tvrdenia sa odkazujeme do literatúry.
- On-line odkazy (Wikipedia apod.) sú možné, ak to ale ide vyhýbame sa im.

Zo štandardov bakalárskej práce:

“Práce nesmí obsahovat formulace doslova převzaté nebo doslovně přeložené z literatury (s výjimkou vyznačených citátů ze zdrojového textu a znění nemodifikovatelných matematických tvrzení, definic apod.)”

- Všetky (relevantné) zdroje musia byť citované!
- Vždy keď prepisujeme/prekladáme časť textu iného autora, odkazujeme sa, a jasne text vyznačujeme.
- Vždy musí byť zrejmé čo v práci je váš vlastný príspevok, a čo je prebraté z literatúry.

*Cieľom práce je preukázať, že je študent schopný **samostatne naštudovať, a dôkladne a zrozumiteľne popísať** tému zo zadania práce.*

Podľa [štandardov bc. práce](#), práca musí obsahovať **vlastný príspevok**.

Vlastní příspěvek

Bakalářská práce musí obsahovat vlastní příspěvek studenta zahrnující například:

- vlastní důkazy tvrzení nebo doplnění chybějících kroků v důkazech převzatých z literatury;
- vlastní řešení příkladů zadaných vedoucím práce nebo převzatých z literatury;
- shrnutí a porovnání výsledků převzatých z několika různých pramenů;
- vlastní implementace numerické či výpočetní metody nebo algoritmu;
- netriviální a tvůrčí aplikace znalostí pro řešení praktického problému.

Nie je teda nutné (a väčšinou ani očakávané) odvedenie vlastných pôvodných výsledkov.

*Bakalárska práca nie je odborný článok. Práca musí byť **zrozumiteľná** pre každého so základnými znalosťami oboru, t.j. napr. pre vašich spolužiakov.*

- Píšte dôsledne, jasne, prehľadne.
- Definujte rozumné značenie a držte sa ho, konzistencia je dôležitá.
- Nenechávajte si písanie práce na posledné týždne.
- Informujte školiteľa o postupe.
- Školiteľ typicky prácu prečíta a vráti huste opoznámkovanú. To je normálne a žiaduce.
- Vyhradte si niekoľko týždňov na finálne úpravy.
- Pozor na autorskú slepotu — dajte prácu prečítať aj niekomu inému.

Dobrý školiteľ je kritický predtým, než na to má príležitosť oponent.

For $A_1 \cap B_1 = \emptyset$ or $A_2 \cap B_2 = \emptyset$ is the difference equal to $A_1 \times A_2$, so we will assume that $B_1 \subset A_1$ and $B_2 \subset A_2$. Now we can write the difference of these sets as a union of disjoint sets

$$(A_1 \times A_2) \setminus (B_1 \times B_2) = ((A_1 \setminus B_1) \times A_2) \cup (B_1 \times (A_2 \setminus B_2)).$$

To prove that these sets are disjoint take $x = [x_1, x_2]$, let us suppose that $x \in ((A_1 \setminus B_1) \times A_2)$ and $x \in (B_1 \times (A_2 \setminus B_2))$. Then $x_1 \in A_1 \setminus B_1$ and $x_1 \in B_1$, which is clearly impossible.

We have $A_1, B_1 \in \mathcal{A}_1$, so $A_1 \setminus B_1 \in \mathcal{A}_1$. Every σ -algebra is a semiring by Corollary 1.2.2. From the Definition of a semiring (1.2.5), there are some finite k.l. disjoint $F_i \in \mathcal{A}_1, S_j \in \mathcal{A}_2$ such that $\bigcup_i F_i = A_1 \setminus B_1, \bigcup_j S_j = A_2 \setminus B_2$. We can write

$$((A_1 \setminus B_1) \times A_2) \cup (B_1 \times (A_2 \setminus B_2)) = \left(\bigcup_{i=1}^k F_i \times A_2 \right) \cup \left(B_1 \times \bigcup_{j=1}^l S_j \right).$$

Now $\bigcup_{i=1}^k F_i \times A_2 = \bigcup_{i=1}^k (F_i \times A_2)$ and $B_1 \times \bigcup_{j=1}^l S_j = \bigcup_{j=1}^l (B_1 \times S_j)$ by Corollary 2.1.1 and by induction. Therefore

$$\left(\bigcup_{i=1}^k F_i \times A_2 \right) \cup \left(B_1 \times \bigcup_{j=1}^l S_j \right) = \bigcup_{i=1}^k (F_i \times A_2) \cup \bigcup_{j=1}^l (B_1 \times S_j)$$

So the difference is a union of disjoint sets in $\{E \times F : E \in \mathcal{A}_1, F \in \mathcal{A}_2\}$. By induction a difference of two finite-dimensional rectangles in the finite Cartesian product is a finite disjoint union of rectangles. So by Definition 1.2.5, the given collection \mathcal{R} is a semiring.

Pre formálne náležitosti konzultujte [sprievodcu po bc. práci](#).

- Práca sa píše **česky**, slovensky, alebo anglicky.
- Píšeme v \LaTeX -u, využívame fakultnú [šablónu](#).
- Píšte spisovne, používajte kontrolu pravopisu.
- Odborný text musí byť v prvom rade jasný a jednoznačný, až potom “estetický”.
- Používajte krátke, zrozumiteľné vety. Vyhýbajte sa dlhým súvetiam.
- “Práce nesmí obsahovať nepriamo veľké množstvo jazykových, typografických a formálnych nedostatkov.”

(Výlučne) za preklepy sa typicky nevyhadzuje, indikujú však nízku kvalitu.

Abstrakt: Táto práca sa zaoberá Edgeworthsovým rozvojom pre aproximáciu rozdelenia odhadu parametra. Úloha práce je uviesť pojem Edgeworthsov rozvoj, zaviesť jeho predpokaldy a s nimi súvisiace termíny. Následne ukázať postup pre odvodenie prvého člena Edgeworthsovho rovoju. Nakoniec túto aproximáciu demonštrovať na príkaldoch, porovnať ho s inými aproximáciami (hlavne celnt-rálnou limitnou vetou), a ukázať silné a slabé stránky Edgeworthsovho rozvoja.

Slabiny bývajú často v interpunkcii vo vzorcoch a v zozname literatúry.

Autorská slepota je vážna vec.



The screenshot shows the Project Euclid website interface. At the top left is the Project Euclid logo, which consists of a green globe icon and the text 'PROJECT euclid'. To the right of the logo are three navigation links: 'BROWSE', 'RESOURCES', and 'ABOUT', each with a downward-pointing arrow. On the right side of the page, there is a 'Home >' link and a 'Select Language' dropdown menu with a Google logo icon. Below the navigation is a 'Translator Disclaimer' link. The main content area features the text 'May 2020' followed by the title 'Robust regression via multivariate regression depth' in a large, bold font. Below the title is the author's name 'Chao Gao' in a smaller blue font. At the bottom of the page, the citation information is displayed: 'Bernoulli 26(2): 1139-1170 (May 2020). DOI: 10.3150/19-BEJ1144'.

Píšte zrouzumiteľne.

Abstract

Motivated by the pressing request of methods able to create prediction sets in a general regression framework for a multivariate functional response and pushed by new methodological advancements in non-parametric prediction for functional data, we propose a set of conformal predictors that produce finite-sample either valid or exact multivariate simultaneous prediction bands under the mild assumption of exchangeable regression pairs. The fact that the prediction bands

Komentujte.

Proposition 2.1 For $t \geq 1$, if $\{X_t\}$ is the NRCINAR-GD(1) process, then we have

(i) $E(X_t|X_{t-1}, \alpha_t) = \alpha_t X_{t-1} + \lambda.$

(ii) $E(X_t|X_{t-1}) = \alpha X_{t-1} + \lambda.$

(iii) If $E(X_0) = \frac{\lambda}{1-\alpha}$, then $E(X_t) = \mu = \frac{\lambda}{1-\alpha}.$

(iv) $Var(X_t|X_{t-1}, \alpha_t) = \frac{\alpha_t}{\beta} [g(\beta) + \beta^2] - \alpha_t^2 X_{t-1} + \alpha_t(\beta - \alpha_t) X_{t-1}(X_{t-1} - 1) + \sigma_\epsilon^2.$

(v) $Var(X_t|X_{t-1}, \alpha_t) = \left(\frac{\alpha}{\beta} [g(\beta) + \beta^2] - \alpha\beta \right) X_{t-1} + (\alpha\beta - \alpha^2) X_{t-1}^2 + \sigma_\epsilon^2.$

(vi) If $Var(X_0) = \frac{b}{1-\tau}$, then $Var(X_t) = \frac{b}{1-\tau}$, where $\tau = \alpha\beta < 1$, and $b = \left(\frac{\alpha}{\beta} [g(\beta) + \beta^2] - \alpha\beta \right) E(X_{t-1}) + (\alpha\beta - \alpha^2) E^2(X_{t-1}) + \sigma_\epsilon^2.$

(vii) $Cov(X_{t+k}, X_t) = \alpha^k Var(X_t), k \geq 0.$

BAKALÁRSKA PRÁCA: NIEKOĽKO RÁD

- Komentujte. Práca napísaná štýlom *definícia—veta—dôkaz* je možná, väčšinou ale nie je vhodná.
- Neočakáva sa, že vymyslíte vlastné originálne dôkazy. Tomu, čo v práci prezentujete, ale musíte do detailu rozumieť.
- Dôkazy z literatúry nepreberáte slovo od slova. Vhodne s nimi pracujete, upravujete ich tak aby dobre zapadali do kontextu, a často dôslednejšie komentujete a dopĺňate drobné medzery a nejasnosti.
- Nemajte strach argumentovať do najmenších detailov, vždy keď sa vám to zdá byť dôležité — tu miestom nešetrite.
- Na druhú stranu — nepíšte zbytočnosti. Desiatky strán tabuliek s výsledkami simulácií sú väčšinou zbytočné a obťažujúce.

- V úvode práce popíšte a motivujte problém, ktorý skúmate.
- Prekladajte text vlastnými komentármi, obrázkami, príkladmi.
- Zaujímavé – aj keď iba drobné – vlastné pozorovania sú vítané a dajú sa považovať za vlastný príspevok.
- Autorský plurál – Vy a čitateľ:

“V poslednej časti dôkazu **ukážeme**, že...”

BAKALÁRSKA PRÁCA: CELKOVÉ POŽIADAVKY

- Práca má typicky 15–25 strán od titulného listu po referencie (t.j. vrátane abstraktu, obsahu, dedikácie apod.).
- Práca splnila zadanie.
- Neobsahuje zásadné matematické chyby, je zrozumiteľná, neobsahuje necitovaný text prevzatý z literatúry.
- Všetky dôležité použité zdroje sú riadne citované.
- Formálne je text z 99 % odladený, obsahuje iba minimum drobných preklepov, dobre sa číta.

ODOVZDANIE PRÁCE

- Odovzdáva sa elektronická (*pdf*) aj listinná (zviazaná) verzia práce.
- Pre ak. rok 2021/2022 platia termíny:
 - Pre letný termín SZZ:
 - 12.5.2022 elektronická verzia,
 - 16.5.2022 listinná verzia;
 - Pre jesenný termín SZZ:
 - 21.7.2022 elektronická verzia,
 - 25.7.2022 listinná verzia.

- Prácu neodovzdávajte v poslednej minúte!
- Dokument vo formáte *pdf* sa odovzdáva v SISE podľa [návodu](#).
- Systém prijíma iba *pdf* súbor vo formáte *PDF/A* vhodnom pre archiváciu.
- Fakultná šablóna by mala vytvoriť správnu verziu *PDF/A*.
- Problémy môžu byť v obrázkoch, fontoch, starej verzii \LaTeX -u.
- V prípade problémov môžete skúsiť rady [Dr. Mareša](#).
- Častým problémom sú neštandardné *pdf* obrázky. Niekedy pomôže ich konverzia pomocou [tohto nástroja](#).
- V núdzi je možné kontaktovať [Dr. Hoffmannovú](#), fakultnú [koordinátorku záverečných prác](#).

- Zviazaná verzia sa odovzdáva v **dvoch pevných kópiách**.
- V úvodnej časti zviazanej práce musí byť vložený list so zadáním podpísaný dekanom (alebo jeho kópia).
- Práca musí byť identická s elektronickou verziou.

OBHAJOBA

Po odovzdaní:

- Práci je pridelený oponent, ktorý prácu prečíta a zhodnotí.
- Vedúci práce aj oponent odovzdajú posudky do SISu.
- Posudok často (nie však vždy) vyzerá [takto](#).
- S posudkami sa podrobne zoznámte, pripravte si odpovede na prípadné otázky.
- Oponenta môžete kontaktovať a dohodnúť si konzultáciu. To môže byť vhodné najmä pri negatívnych posudkoch, kde si vysvetlíte nejasnosti.
- Pripravte si prezentáciu na obhajobu.