

## Zápočtová písemka STP038 – 3. 1. 2006

1. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Určete matici pravděpodobností přechodu ve vnořeném diskrétním řetězci.
  - b) Najděte stacionární rozdělení ve vnořeném diskrétním řetězci.
  - c) Najděte stacionární rozdělení v řetězci s maticí intenzit  $Q$ .
2. V jisté bance jsou otevřeny dvě přepážky. Do banky náhodně a nezávisle přicházejí zákazníci. Zákazník přijde v časovém intervalu  $(t, t + h]$  s pravděpodobností  $3h + o(h)$ . Pokud není u některé přepážky volno, zařadí se do fronty, která je společná pro obě přepážky. Zákazník, který v čase  $t$  byl obsluhován, bude v intervalu  $(t, t + h]$  obslužen s pravděpodobností  $2h + o(h)$ . Označme  $X_t$  počet zákazníků, kteří jsou v čase  $t$  v bance (ve frontě a u přepážek dohromady).
- a) Najděte matici intenzit Markovova řetězce  $\{X_t, t \geq 0\}$ .
  - b) Ukažte, že existuje stacionární rozdělení a určete ho.
  - c) Spočítejte střední počet zákazníků v ustáleném provozu.  
*Návod:*  $\sum_{k=0}^{\infty} kq^{k-1} = 1/(1-q)^2$ .