

Zápočtová písemka STP038 – 27. 11. 2006

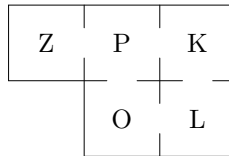
1. Necht homogenní markovský řetězec má matici pravděpodobností přechodu

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Klasifikujte jeho stavy a určete stacionární rozdělení (pokud existuje).

2. Zjistili jsme, že máme v domě myš. Ta se pohybuje tak, že v každé místnosti si náhodně vybere jednu ze sousedních místností (každou se stejnou pravděpodobností) a do té přejde (přechody jsou v časových okamžicích $n = 0, 1, 2, \dots$). Plánek domu je schematicky znázorněn na obrázku. Místnosti jsou předsíň (P), kuchyň (K), záchod (Z), ložnice (L), obývací (O). K dispozici máme dvě pasti. Ty nastražíme v kuchyni a v ložnici, protože tam si myš opravdu nepřejeme mít. Jakmile myš vejde do místnosti, kde je přichystaná past, chytí se do ní. Označme X_n polohu myši v čase n .

- Určete matici pravděpodobností přechodu \mathbb{P} Markovova řetězce $\{X_n\}$.
- Klasifikujte stavy řetězce.
- Určete matici U pravděpodobností absorpce do trvalých stavů.



3. Leze slimák po nekonečně vysokém stromě, za každou hodinu s pravděpodobností $1/4$ vyleze nahoru o jeden centimetr a s pravděpodobností $3/4$ o jeden centimetr dolů sklouzne. Pokud je na zemi, popoleze o jeden centimetr nahoru s pravděpodobností 1. Označme X_n výšku (v centimetrech), ve které se slimák nachází po n hodinách.

- Ukažte, že $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ tvoří homogenní Markovův řetězec.
- Určete matici pravděpodobností přechodu \mathbb{P} .
- Klasifikujte stavy řetězce.
- Předpokládejte, že na počátku je slimák na zemi a spočítejte absolutní pravděpodobnosti po třech hodinách.
- Spočítejte stacionární rozdělení (pokud existuje).