

## Zápočtová písemka STP038 – 9. 1. 2008

1. Uvažujme Markovův řetězec s maticí intenzit

$$Q = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

- a) Určete matici pravděpodobností přechodu ve vnořeném řetězci.
  - b) Najděte stacionární rozdělení ve vnořeném řetězci.
  - c) Najděte stacionární rozdělení v řetězci s maticí intenzit  $Q$ .
2. Předpokládejme, že příchody tiskových úloh odesílaných na tiskárnu tvoří Poissonův proces s intenzitou  $\lambda$ . Úlohy se řadí do tiskové fronty a jsou zpracovávány jedna po druhé podle pořadí příchodu. Doby zpracování mají exponenciální rozdělení s intenzitou  $\mu$ , jsou vzájemně nezávislé a nezávislé na procesu příchodů úloh. Necht  $X_t$  značí počet úloh v systému (čekajících i zpracovávaných dohromady) v čase  $t$ .
- a) Určete matici intenzit Markovova řetězce  $\{X_t, t \geq 0\}$ .
  - b) Zjistěte, za jakých podmínek jsou všechny stavy vnořeného řetězce trvalé.
  - c) Zjistěte, kdy existuje stacionární rozdělení rozdělení řetězce  $\{X_t, t \geq 0\}$  a určete ho.
  - d) Spočítejte střední počet úloh v systému v ustáleném provozu (tj. při stacionárním rozdělení).