

Zápočtová písemka NSTP039 – 22. 5. 2008

1. Uvažujme posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$, která je definovaná předpisem

$$X_t - 1,2X_{t-1} + 0,36X_{t-2} = Y_t,$$

kde $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum $WN(0, \sigma^2)$. Vyjádřete tuto posloupnost jako kauzální lineární proces, sestavte Yuleovy-Walkerovy rovnice a určete autokovarianční funkci posloupnosti. (6 bodů)

Poznámka: Rozptyl $R(0)$ nemusíte vyčíslovat. Stačí, když uvedete, jak by se počítal.

2. Nechť $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$ je bílý šum $WN(0, \sigma^2)$. Definujme posloupnost $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$ pomocí filtrace posloupnosti $\{Y_t, t \in \mathbb{Z}\}$:

$$X_t = Y_t - 0,3Y_{t-3}, \quad t \in \mathbb{Z}.$$

- Spočtete autokovarianční funkci posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$. (2 body)
- Určete přenosovou funkci filtru posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$. (1 bod)
- Určete spektrální hustotu posloupnosti $\{X_t, t \in \mathbb{Z}\}$. (2 body)
- Najděte předpověď prvku X_{n+1} na základě minulých pozorování X_n, X_{n-1}, \dots (2 body)
- Určete chybu predikce prvku X_{n+1} . (1 bod)