

## Zápočtová úloha ke cvičení NSTP005

Nechť  $Y = \{Y(x) : x \in \mathbb{R}^2\}$  je stacionární gaussovské náhodné pole. Označme  $\mu = \mathbb{E}Y(x)$ ,  $\sigma^2 = \text{var} Y(x)$  a  $C(h) = \text{cov}(Y(x), Y(x+h))$  pro  $h \in \mathbb{R}^2$ .

1. Nasimulujte a vykreslete realizaci náhodného pole  $Y$  v oblasti  $W = [0, 1]^2$ . Použijte aproximaci pomocí diskrétní mříže bodů  $L = \{x \in W : x = 0.01h, h \in \mathbb{Z}^2\}$ . Volte  $\mu = 5$ ,  $\sigma^2 = 0,25$  a  $C(h) = \sigma^2 \exp\{-5\|h\|^2\}$ .
2. Ze získané realizace náhodného pole odhadněte variogram. Tento odhad graficky porovnejte se skutečným variogramem.
3. Definujme stacionární náhodné pole  $Z = \{Z(x) : x \in \mathbb{R}^2\}$  předpisem  $Z(x) = e^{Y(x)}$ . Spočtete střední hodnotu, rozptyl a kovarianční funkci tohoto pole.
4. Na základě realizace náhodného pole  $Y$  vykreslete příslušnou realizaci náhodného pole  $Z$ .
5. Coxův bodový proces  $\Phi$  s řídicí funkcí  $Z$  se nazývá logaritmicko-gaussovský Coxův proces. Určete intenzitu a párovou korelační funkci tohoto procesu.
6. Použijte realizaci náhodného pole  $Z$  k vygenerování realizace bodového procesu  $\Phi$  v okně  $W$ . Tuto realizaci přikreslete do obrázku s realizací řídicí funkce  $Z$ .
7. Porovnejte počet bodů v nasimulované realizaci bodového procesu  $\Phi$  s očekávaným teoretickým počtem.
8. Vykreslete párovou korelační funkci procesu  $\Phi$  spolu s jejím odhadem získaným z nasimulovaných dat.
9. Pro borelovské množiny  $A$  a  $B$  vyjádřete  $\text{cov}(\Phi(A), \Phi(B))$ . Pomocí tohoto výsledku numericky spočtete  $\text{var} \Phi(W)$ .