

# Časová struktura úrokových měr

Jana Boháčková

11. března 2020

# Osnova

- 1 Úrkové míry a výnosové křivky
- 2 Časová struktura
- 3 Odhady
- 4 Numerická studie

# Úrkové míry I

- Spotové míry  $R_1, R_2, \dots, R_T$  jsou platné od současnosti po určité období.
- Forwardové míry  $f_1, f_2, \dots, f_T$  jsou platné po nějaké budoucí období.
- Vztah mezi spotovou a forwardovou úrokovou mírou

$$(1 + R_t)^t = \prod_{j=1}^t (1 + f_j)$$

- z toho můžeme vyjádřit forwardovou úrokovou mírou

$$f_t = \frac{(1 + R_t)^t}{(1 + R_{t-1})^{t-1}} - 1$$

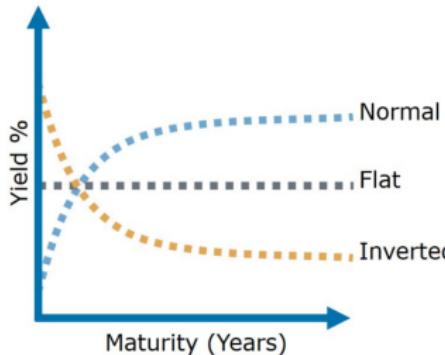
# Úrokové míry II

- Diskontní faktor  $v_1, v_2, \dots, v_T$  používáme k přepočítávání (diskontování) budoucích peněžních toků na současnou hodnotu.
- Diskontní faktor můžeme vyjádřit z předchozího vztahu

$$v_t = \frac{1}{(1 + R_t)^t}$$

# Výnosové křivky

- Znázorňuje vztah mezi výnosem a časem do doby splatnosti.



- Konstrukce výnosových křivek: interpolace (numerický přístup), vyrovnávání (statistický přístup)

## Vnoření do času t |

- ${}_t R_n$  je úroková míra investice v čase t na n období
- ${}_{t+1} f_{1t}, {}_{t+2} f_{1t}, \dots, {}_{t+n-1} f_{1t}$  jsou úrokové míry na jedno období do časů t+1, t+2, ..., t+n-1
- vztah mezi forwardovou a spotovou ú.m.

$$(1 + {}_t R_k)^k = (1 + {}_t R_1)^k \prod_{j=1}^{k-1} (1 + {}_{t+j} f_{1t}) \quad , k = 1, \dots, n$$

- můžeme odvodit vztah pro přímý výpočet forwardové ú.m.

$${}_{t+j} f_{1t} = \frac{(1 + {}_t R_{j+1})^{j+1}}{(1 + {}_t R_j)^j} - 1 \quad , j = 1, \dots, n$$

## Vnoření do času t II

- Zobecněný tvar pro neekvidistantní časové úseky

$${}_{t+k}f_{jt} = \left( \frac{(1 + {}_t R_{k+j})^{k+j}}{(1 + {}_t R_k)^k} \right)^{1/j} - 1$$

kde  ${}_{t+k}f_{jt}$  je forwardová úroková míra na j období do časového okamžiku  $t+k$

# Prametrické odhady

- Nelson-Sieglův model

Pro spojitou forwardovou sazbu  $f(t)$  s dobou do splatnosti  $t$  dostaneme diferenciální rovnici druhého řádu s reálnými a různými kořeny

$$f(t) = \beta_1 + \beta_2 e^{-\lambda t} + \beta_3 \lambda e^{-\lambda t}$$

kde  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  a  $\lambda$  jsou (obvykle) neznámé parametry.

- Svenssonův odhad

Svensson rozšířil Nelson-Siegelův model o další parametry, aby dosáhl lepší flexibility modelu a zlepšil jeho možnosti při prokládání dat.

# Neparametrický odhad

- Jádrový odhad

Odhad vytvořený pomocí váženého průměru ostatních pozorování.

Pro posloupnost časů  $t_1, \dots, t_n$  a odhadujeme  $y_t$ , pak chceme, aby pozorování  $y_{t_i}$  mělo větší váhu pro menší vzdálenosti  $|t - t_i|$ .

# Předvedení na datech

- V poslední části své bakalářské práce bych chtěla metody na odhadování výnosových křivek ilustrovat na reálných datech.

Díky za pozornost!