Okruhy s omezenou minimální podmínkou

Dominik Krasula

9.3. 2020

Osnova

Základní pojmy

Definice (Artinovský okruh)

Řekneme, že okruh R je artinovský, pokud v něm neexistuje nekonečný ostře klesající řetězec ideálů.

Základní pojmy

Definice (Artinovský okruh)

Řekneme, že okruh R je artinovský, pokud v něm neexistuje nekonečný ostře klesající řetězec ideálů.

- Celá čísla nejsou artinovská

Základní pojmy

Definice (Artinovský okruh)

Řekneme, že okruh R je artinovský, pokud v něm neexistuje nekonečný ostře klesající řetězec ideálů.

- Celá čísla nejsou artinovská
- Tělesa jsou artinovská

Základní pojmy

Definice (Esenciální ideál)

Řekneme, že ideál I v okruhu R je esenciální, pokud pro každý nenulový ideál J v R platí: $I \cap J \neq 0$

Základní pojmy

Definice (Esenciální ideál)

Řekneme, že ideál I v okruhu R je esenciální, pokud pro každý nenulový ideál J v R platí: $I \cap J \neq 0$

- 2Z eseneciální v Z

Základní pojmy

Definice (Esenciální ideál)

Řekneme, že ideál I v okruhu R je esenciální, pokud pro každý nenulový ideál J v R platí: $I \cap J \neq 0$

- 2Z eseneciální v Z
- V artinovském okruhu R je $socR$ esenciální.

RM okruh

Definice (RM okruh)

Řekneme, že okruh R splňuje **omezenou minimální podmínku**, pokud pro každý ideál I esenciální v R, značeno $I \trianglelefteq R$, je faktorokruh R/I, Artinovský.

RM okruh

Definice (RM okruh)

Řekneme, že okruh R splňuje **omezenou minimální podmínku**, pokud pro každý ideál I esenciální v R, značeno $I \trianglelefteq R$, je faktorokruh R/I, Artinovský.

- Artinovské okruhy jsou RM okruhy

Související pojmy

Definice (Omezeně artinovský)

Řekneme, že okruh R je **omezeně artinovský**, pokud pro každý nenulový ideál I v R je faktorokruh R/I artinovský.

Související pojmy

Definice (Omezeně artinovský)

Řekneme, že okruh R je **omezeně artinovský**, pokud pro každý nenulový ideál I v R je faktorokruh R/I artinovský.

Definice (??)

Řekneme, že okruh R je ??, pokud pro každý oboustranný ideál I v R je faktorokruh R/I artinovský.

Související pojmy

Definice (Omezeně artinovský)

Řekneme, že okruh R je **omezeně artinovský**, pokud pro každý nenulový ideál I v R je faktorokruh R/I artinovský.

Definice (??)

Řekneme, že okruh R je ??, pokud pro každý oboustranný ideál I v R je faktorokruh R/I artinovský.

- Pokud R obor integrity, pak všechny tyto definice splývají.

Třída RM okruhů

Třída RM okruhů je uzavřena na:

Třída RM okruhů

Třída RM okruhů je uzavřena na:

- Podokruhy
- Faktory
- Direktní sumy

Obory hlavních ideálů

Veta

Obory hlavních ideálů jsou omezeně artinovské.

Obory hlavních ideálů

Veta

Obory hlavních ideálů jsou omezeně artinovské.

Celá čísla jsou RM, ale nejsou artinovská.

Grupové okruhy

Definice (Grupový okruh)

Nehchť G grupa, R okruh. Pak grupovým okruhem RG rozumíme konečné sumy tvaru $\sum_{g \in G} g \cdot f(g)$, kde $f(g) \in R$

Grupové okruhy

Definice (Grupový okruh)

Nehchť G grupa, R okruh. Pak grupovým okruhem RG rozumíme konečné sumy tvaru $\Sigma_{g\in G}\ g \cdot f(g)$, kde $f(g) \in R$

Veta (Artinovskost RG)

Nechť R okruh, G grupa. Pak okruh RG je artinovský právě tehdy, když G konečná a R artinovský.

Grupové okruhy

Definice (Grupový okruh)

Nehchť G grupa, R okruh. Pak grupovým okruhem RG rozumíme konečné sumy tvaru $\Sigma_{g \in G}\ g \cdot f(g)$, kde $f(g) \in R$

Veta (Artinovskost RG)

Nechť R okruh, G grupa. Pak okruh RG je artinovský právě tehdy, když G konečná a R artinovský.

Veta

Je-li RM okruh RG oborem integrity pak R artinovský a G konečná nebo isomorfní Z.

Laurentovy polynomy

Definice (Laurentovy polynomy)

Nechť R okruh. Pak Laurentovými polynomy nad R v jedné proměnné rozumíme grupový okruh RZ, který je isomorfní s okruhem $R[x, x^{-1}]$

Laurentovy polynomy

Definice (Laurentovy polynomy)

Nechť R okruh. Pak Laurentovými polynomy nad R v jedné proměnné rozumíme grupový okruh RZ, který je isomorfní s okruhem $R[x, x^{-1}]$

- Laurentovy polynomy jsou RM ale ne artin.

Laurentovy polynomy

Definice (Laurentovy polynomy)

Nechť R okruh. Pak Laurentovými polynomy nad R v jedné proměnné rozumíme grupový okruh RZ, který je isomorfní s okruhem $R[x, x^{-1}]$

- Laurentovy polynomy jsou RM ale ne artin.
- Laurentovy polynomy ve více proměnných nejsou RM.

Díky za pozornost!