Investiční strategie

Filip Mašát

25. března 2020

Osnova

Úvod

- Investiční strategie pro výběr optimálního portfolia
- Především strategie založené na teorii grafů
- Grafy nám umožní vizuální reprezentaci vztahů mezi aktivy v portfoliu

Finanční pojmy

- Portfolio - Soubor finančních aktiv (akcie, dluhopisy, jiné cenné papíry)

Definice (Portfolio)

Máme-li n aktiv a bohatství w, potom je portfolio vektor $\boldsymbol{x} = (x_1, ..., x_n)^T$, kde x_i představuje část w, která byla investována do i-tého aktiva, $i = 1, ...n$ a $\sum_{i=1}^{n} x_i = w$.

- Diverzifikace - Strategie výběru aktiv do portfolia, za účelem snížení rizika

Teorie grafů

- Graf G je definovaný množinou vrcholů V a množinou dvoubodových podmnožin (hran) E

Definice (Matice sousednosti)

Nechť $G = (V, E)$ je graf s n vrcholy. Označme vrcholy $v_1, .., v_n$(v nějakém libovolném pořadí). Matice sousednosti grafu G je čtvercová $n \times n$ matice $\mathbb{A}_G = (a_{ij})_{i,j=1}^n$ definovaná předpisem

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & pro \{v_i, v_j\} \in E \\ 0 & jinak. \end{cases}$$

Korelační koeficient

- Dále budeme potřebovat korelační koeficienty mezi výnosy aktiv
- Historické výnosy i-tého aktiva za m období jsou vyjádřeny vektorem $\boldsymbol{r}_i = (r_{1,i}, \ldots, r_{m,i})^T$
- Abychom tedy spočítaly korelační koeficient mezi aktivy i a j, musíme použít výběrový korelační koeficient

Definice

Výběrový korelační koeficient $\rho_{i,j}$ veličin $r_{k,i}$ a $r_{k,j}$, $i = 1, \ldots, n$ a $j = 1, \ldots, n$, $i \neq j$, definujeme jako

$$\rho_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^{m}(r_{k,i} - \bar{\boldsymbol{r}}_i)(r_{k,j} - \bar{\boldsymbol{r}}_j)}{\sqrt{\sum_{k=1}^{m}(r_{k,i} - \bar{\boldsymbol{r}}_i)^2 \sum_{k=1}^{m}(r_{k,j} - \bar{\boldsymbol{r}}_j)^2}}$$

Data

- Nejdříve musíme získat či vygenerovat data
- Máme-li n aktiv a data pokrývající m období, budeme mít n vektorů délky m
- Vytvoříme korelační matici $\mathbb{P} = (\rho_{i,j})_{i,j=1}^{n}$

Vytvoření matice sousednosti

- Zvolíme hranici θ (závisí na riziku, které je investor ochoten přijmout)
- Převedeme matici $\mathbb{P}$ na matici $\mathbb{A}_G$ pomocí těchto pravidel:
  1. Prvky na diagonále nahradíme nulami
  2. Prvky, které jsou menší než θ nahradíme nulami
  3. Prvky, které jsou větší než θ nahradíme jedničkami

$$\mathbb{A}_G = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{I}_{(\theta,1)}(\rho_{1,2}) & \dots & \dots & \mathbb{I}_{(\theta,1)}(\rho_{1,n}) \\ \mathbb{I}_{(\theta,1)}(\rho_{2,1}) & \ddots & \dots & \mathbb{I}_{(\theta,1)}(\rho_{i,j}) & \vdots \\ \vdots & \dots & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \ddots & \vdots \\ \mathbb{I}_{(\theta,1)}(\rho_{n,1}) & \dots & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

Analýza grafu

- Nyní když máme matici sousednosti, máme i graf
- Graf bude mít nezávislé vrcholy a komponenty (podgrafy, kde mezi všemi vrcholy vede cesta)
- Do našeho portfolia vezmeme všechny nezávislé vrcholy. Znamená to, že nejsou s ostatními prvky silně korelované a to potřebujeme pro účely diverzifikace.
- Z komponent vybereme největší množinu nezávislých prvků (množina, ve které žádné vrcholy nejsou spojené)

Závěr

- Co doplnit:
  - Aplikace na reálných datech $\Longrightarrow$ Implementace v mathematice
  - Porovnání s klasickými metodami, kde se riziko měří směrodatnou odchylkou a kritéria jsou založena na Markowitzově přístupu a Sharpově poměru

Děkuji za pozornost