Logické obvody jako výpočetní modely

Mykhailo Naumenko

25. března 2020

Osnova

Cíl prace

- V svoje praci chci provest výzkum logických obvodu.

Cíl prace

- V svoje praci chci provest výzkum logických obvodu.
- Současné počitače provadejí vůbec netrivialní vypočty. A je docela zajimavé jaké modely a matematické zaklady při tom použivaji

Cíl prace

- V svoje praci chci provest výzkum logických obvodu.
- Současné počitače provadejí vůbec netrivialní vypočty. A je docela zajimavé jaké modely a matematické zaklady při tom použivaji
- Jak dobrá muže být výroková logika

Nějaké pojmy, které vyskytuji v praci vice krat

- **Obvod** je orientovaný graf programu, kde vrcholy jsou kroky programu a hrany ukazují, jak jsou předavané vystupy a vstupy různých kroků.

Nějaké pojmy, které vyskytuji v praci vice krat

- **Obvod** je orientovaný graf programu, kde vrcholy jsou kroky programu a hrany ukazují, jak jsou předavané vystupy a vstupy různých kroků.
- **Binární funkce** $f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}^m$ pro n, m přirozená. Řekneme, že funkce f je **Booleovská**, pokud $m = 1$.

Nějaké pojmy, které vyskytuji v praci vice krat

- **Obvod** je orientovaný graf programu, kde vrcholy jsou kroky programu a hrany ukazují, jak jsou předavané vystupy a vstupy různých kroků.
- **Binární funkce** $f : \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$ pro n, m přirozená. Řekneme, že funkce f je **Booleovská**, pokud $m = 1$.
- **Velikost** obvodu je množstvi logických buněk obvodu. **Hloubka** obvodu odpovida velikosti nejdelší cesty grafu.

Vlástnosti Boolovských funkci

- Jelikož jsou většinou tvořené operatorami AND($\bigwedge$), OR($\bigvee$), XOR($\oplus$) a NOT($-$), pujde o vlastnosti těchto operatoru.

Vlástnosti Boolovských funkci

- Jelikož jsou většinou tvořené operatorami AND($\bigwedge$), OR($\bigvee$), XOR($\oplus$) a NOT($-$), pujde o vlastnosti těchto operatoru.
- Komutativita, absorbce, vlastnosti konstant 0 a 1, distributivní pravidlo

Vlástnosti Boolovských funkci

- Jelikož jsou většinou tvořené operatorami AND($\bigwedge$), OR($\bigvee$), XOR($\oplus$) a NOT($-$), pujde o vlastnosti těchto operatoru.
- Komutativita, absorbce, vlastnosti konstant 0 a 1, distributivní pravidlo
- Demorganová pravidla

Vlástnosti Boolovských funkci

- Jelikož jsou většinou tvořené operatorami AND($\bigwedge$), OR($\bigvee$), XOR($\oplus$) a NOT($-$), pujde o vlastnosti těchto operatoru.
- Komutativita, absorbce, vlastnosti konstant 0 a 1, distributivní pravidlo
- Demorganová pravidla
- Což všechno jistě znate, připadně se zeptejte, rád připomenu

Omluva před čtenařem

- Jsem docela pomalý "vědec", proto zatim nemam vypracovanou celou praci.
- Z toho plyne, že ještě jsem se nedostal k té zajimavé části o porovnaních velikosti obvodu
- Ale steně jsem našel nějaké zajimavosti ...

Normální formy

- Normální forma je nejjednodušší zpusob zkonstruovat obvod boolovské funkce podle předpisu hodnot v bodech

Normální formy

- Normální forma je nejjednodušší zpusob zkonstruovat obvod boolovské funkce podle předpisu hodnot v bodech
- Minterm v proměnných $x_1, \ldots, x_n$ je AND proměnných $x_1, \ldots, x_n$ nebo jejich negaci
  Maxterm je OR proměnných $x_1, \ldots, x_n$ nebo jejich negaci

Normální formy

- Normální forma je nejjednodušší zpusob zkonstruovat obvod boolovské funkce podle předpisu hodnot v bodech
- Minterm v proměnných $x_1, \ldots, x_n$ je AND proměnných $x_1, \ldots, x_n$ nebo jejich negaci
  Maxterm je OR proměnných $x_1, \ldots, x_n$ nebo jejich negaci
- DNS (Disjunktní normalní forma) je OR všech mintermu nad $x_1, \ldots, x_n$.
  CNF (Konjunktivní normální forma) je AND všech maxtermu nad $x_1, \ldots, x_n$.

Jako cvičení dokazal jsem, že $CNF(f) = \overline{DNF(\bar{f})}$

Jako cvičení dokazal jsem, že $CNF(f) = \overline{DNF(\bar{f})}$
Je to snadné použiti Demorganových pravidel, které potřebujeme rozšiřit pro aplikaci na konečně velké množstvi proměnných.

Jako cvičení dokazal jsem, že $CNF(f) = \overline{DNF(\bar{f})}$
Je to snadné použiti Demorganových pravidel, které potřebujeme rozšiřit pro aplikaci na konečně velké množstvi proměnných.

Zřejmě, normální formy lze snadně zkontrujovat, ale nejsou to ty nejlepší(nejmenší) obvody.

Vzhledem k tomu i chceme hledat nejmenší obvody pro dané funkce

Sčitani a odečitani

- Existuje několik zpusobu realizaci sčitaní. Dokonce i školské sčitani dáva linearně velké velikost a hloubku obvodu, což nejsou špatná čísla.

Sčitani a odečitani

- Existuje několik zpusobu realizaci sčitaní. Dokonce i školské sčitani dáva linearně velké velikost a hloubku obvodu, což nejsou špatná čísla.
- Když máme obvod určený k sčitaní, chceme ho využit i k odečitani. Jde to?

Sčitani a odečitani

- Existuje několik zpusobu realizaci sčitaní. Dokonce i školské sčitani dáva linearně velké velikost a hloubku obvodu, což nejsou špatná čísla.
- Když máme obvod určený k sčitaní, chceme ho využit i k odečitani. Jde to?
- Ano, mužeme. Dosahneme toho pomoci dvojkového doplňku.
- Reprezentujeme celá čísla od -2^n do $2^n - 1$ binarně jako n+1-tici, kde jeden bit reprezentuje znak a zbyle - číselnou hodnotu.
  Dvojkový doplněk čísla v je $2^n - |v|$. A nad $\{0,1\}$ odpovida negaci v a následujicímu přidaní 1.

Sčitani a odečitani

- Dvojkový doplněk čísla v je $2^n - |v|$, což nad $\{0,1\}$ odpovida negaci v a následujicímu přidaní 1.

Sčitani a odečitani

- Dvojkový doplněk čísla v je $2^n - |v|$, což nad $\{0,1\}$ odpovida negaci v a následujicímu přidaní 1.
- Odečitaní pak normalně funguje jako přičtení dvojkového doplňku.

Sčitani a odečitani

- Dvojkový doplněk čísla v je $2^n - |v|$, což nad $\{0,1\}$ odpovida negaci v a následujicímu přidaní 1.
- Odečitaní pak normalně funguje jako přičtení dvojkového doplňku.
- Musí se ale sledovat přetečení. Protože takova realizace sčitaní vede k tomu, že "+"a "-"jsou realizované jediným obvodem (skoro stejné velikosti jako obvod pro "+").
- Dusledkem je, že pokus spočitat $a + b$, kde a a b jsou dostatečně velká aby $|a| + |b| > 2^n$, vede k platnému zapornému výsledku.

Co je ještě nezpracované

- zbyva mi ještě hodně prace s porovnaním různých obvodů a jejích velikosti
- Každému obvodu Booleovské funkce odpovida formula. Metody odhadů velikosti formul.
- Nečiporuková spodní mez, Krapchenkova spodní mez

Díky za pozornost!