CVIČENÍ Z ÚVODU DO TEORIE GRUP

Opakování:

(1) Najděte nějakou prezentaci grupy (a) $\mathbb{Z}_2$, (b) $\mathbb{Z}$, (c) $\mathbb{Z}_{15}$.

12. Volné grupy

12.1. **Prezentace.**

12.1. Najděte takový homomorfismus π, aby

(a) $(\{x, y\}, \{x^3 = 1, y^5 = 1, xy = yx\}, \pi)$ byla prezentace grupy $\mathbb{Z}_{15}$,
(b) $(\{x, y\}, \{x^n = 1, y^2 = 1, yxy = x^{-1}\}, \pi)$ byla prezentace grupy D_{2n}.

12.2. Nechť $F(x, y)$ je volná grupa o dvou generátorech a n buď přirozené.

(a) Najděte homomorfismus $F(x, y)$ na grupu S_6,
(b) ověřte, že $F(x, y)$ není nilpotentní ani řešitelná,
(c) ověřte, že existuje $N \trianglelefteq F(x, y)$, pro kterou $F(x, y)/N \cong S_n$,
(d) dokažte, že $F(x, y)$ obsahuje normální podgrupu indexu n.

12.2. **Schreierova transversála.**

12.3. Uvažujme homomorfismus $\varphi : F(\{x, y\}) \to S_3$ na S_3 určený podmínkou $\varphi(x) = (12)$, $\varphi(y) = (123)$ a položme $H = Ker\ \varphi$.

(a) Najděte Schreierovu transversálu podgrupy H,
(b) najděte transversálu H, která není Schreierova,
(c) najděte volnou bázi grupy H.

Date: 22. prosince 2020.