

1. TEST

Odpovědi by měly být stručné a přesné. Každá správná odpověď je za 2,5 bodu.

1. Uvedte aspoň dva neizomorfní příklady algebraických funkčních těles nad tělesem \mathbb{F}_3 .
2. Popište vztah mezi maximalitou podokruhu tělesa a podmínkou na valuačního okruhu.
3. Napište příklad normalizované diskrétní valuace na tělese racionálních funkcí $K(x)$.
4. Co je Weierstrassův polynom?
5. Najdete prvoideály $0 \neq P \subsetneq Q$ okruhu $\mathbb{C}[x, y]$ splňující $P \subseteq (x^2 + y^2) \subseteq Q$.

6. Zformulujte slabou aproximační větu.

7. Co je Weilův diferenciál?

8. Zformulujte tvrzení o stupni pozitivní a negativní části hlavního divizoru.

9. Najděte příklad AFF rodu (genu) 0.

10. Popište souvislost mezi AFF danými afinní a projektivní křivkou.

2. POČÍTÁNÍ

2.1. Necht' $f = y^2 + 4x^3 + x^2 + 3 \in \mathbb{F}_5[x, y]$. Spočítejte rod (genus) AFF nad \mathbb{F}_5 daného rovností $f(\alpha, \beta) = 0$.

5 bodů

2.2. Necht' je w hladký WEP a L je AFF nad \mathbb{R} dané rovností $w(\alpha, \beta) = 0$. Spočítejte $\deg(\alpha^{-2})_+$, $\deg(\alpha^2\beta^3)_+$, a $\deg(\alpha^2 + \beta^3)$.

5 bodů

2.3. Buď $f = y^2 - (x^3 + x + 1) \in \mathbb{F}_3[x, y]$. Ukažte, že je AFF $\mathbb{F}_3(V_f)$ elliptické a popište grupovou strukturu $E(\mathbb{F}_3)$ danou křivkou $V_f(\mathbb{F}_3)$. Je $E(\mathbb{F}_3)$ cykliká?

10 bodů

3. DŮKAZY

3.1. Je-li L AFF nad K a $P \in \mathbb{P}_{L/K}$, dokažte, že \mathcal{O}_P je jednoznačně určený diskretní valuační okruh a $\deg P$ je konečné.

14 bodů

3.2. Zformulujte a dokažte Riemannovu-Rochovu větu a její Hlavní důsledek (o vztahu dimeze Riemannových-Rochových prostorů a stupňů divizorů).

11 bodů