

4. série domácích úloh z Algebry

Řešení odevzdávejte do úterý **23. dubna 24:00.**

Pokud někde v řešení použijete nějakou větu z přednášky, nezapomeňte to explicitně uvést a ověřit předpoklady!

Úloha 1 (3 body). Najděte nejmenší n , které splňuje **obě** následující podmínky **najednou**

(a) grupa \mathbf{A}_n obsahuje prvek řádu 10

(b) grupa \mathbb{Z}_n^* obsahuje prvek řádu 10

Úloha 2 (2 body). Rozhodněte, zda jsou grupy $(\mathbb{Q}, +, -, 0)$ a $(\mathbb{Q}^*, \cdot, ^{-1}, 1)$ izomorfní. Výsledek zdůvodněte.

Úloha 3 (3 body). Dokažte, že je zobrazení $f : \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbf{S}_4$ dané předpisem

$$f(a) = (1\ 3\ 4) \circ (1\ 2\ 3)^a \circ (1\ 4\ 3)$$

grupový homomorfismus. Určete jeho jádro a obraz.

Úloha 4 (2 body). Existuje v grupě \mathbb{Z}_{120}^* prvek řádu 8? Zdůvodněte.