Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století

Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století
- elementární jev = nejjemnější výsledek náhodného pokusu

Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století
- elementární jev = nejjemnější výsledek náhodného pokusu
- předpoklady: existuje pouze konečně mnoho elementárních jevů, všechny jsou stejně pravděpodobné

Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století
- elementární jev = nejjemnější výsledek náhodného pokusu
- předpoklady: existuje pouze konečně mnoho elementárních jevů, všechny jsou stejně pravděpodobné
- značení: $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$

Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století
- elementární jev = nejjemnější výsledek náhodného pokusu
- předpoklady: existuje pouze konečně mnoho elementárních jevů, všechny jsou stejně pravděpodobné
- značení: $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$
- pravděpodobnost jevu A = počet příznivých elementárních jevů ku počtu všech elementárních jevů; matematickým zápisem $\mathbb{P}(A) = |A|/|\Omega|$

Klasická pravděpodobnost

- počátky v 16. a 17. století
- elementární jev = nejjemnější výsledek náhodného pokusu
- předpoklady: existuje pouze konečně mnoho elementárních jevů, všechny jsou stejně pravděpodobné
- značení: $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$
- pravděpodobnost jevu A = počet příznivých elementárních jevů ku počtu všech elementárních jevů; matematickým zápisem $\mathbb{P}(A) = |A|/|\Omega|$
- námitky: definice kruhem, pouze konečně mnoho elementárních jevů

Axiomatická pravděpodobnost

- 1933, Andrej Nikolajevič Kolmogorov

Axiomatická pravděpodobnost

- 1933, Andrej Nikolajevič Kolmogorov
- $\Omega =$ prostor elementárních jevů, může být nekonečný, může být nespočetný

Axiomatická pravděpodobnost

- 1933, Andrej Nikolajevič Kolmogorov
- $\Omega =$ prostor elementárních jevů, může být nekonečný, může být nespočetný
- využívá σ-algebru $\mathcal{A}$ množin, kterým budeme chtít přiřazovat pravděpodobnost (měřitelných množin) a zavádí pravděpodobnost jako míru (množinové zobrazení s jistými vlastnostmi), viz Teorii míry a integrálu NMMA205

Axiomatická pravděpodobnost

- 1933, Andrej Nikolajevič Kolmogorov
- $\Omega =$ prostor elementárních jevů, může být nekonečný, může být nespočetný
- využívá σ-algebru $\mathcal{A}$ množin, kterým budeme chtít přiřazovat pravděpodobnost (měřitelných množin) a zavádí pravděpodobnost jako míru (množinové zobrazení s jistými vlastnostmi), viz Teorii míry a integrálu NMMA205
- klasická pravděpodobnost je speciálním případem: $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$, $\mathcal{A} = 2^\Omega$, $\mathbb{P}(\{\omega_i\}) = 1/n$, $\mathbb{P}(A) = k/n$ pro $A = \{\omega_{i_1}, \ldots, \omega_{i_k}\}$

Nezávislost jevů

- jevy $A, B \in \mathcal{A}$ jsou nezávislé, pokud $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$

Nezávislost jevů

- jevy $A, B \in \mathcal{A}$ jsou nezávislé, pokud $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$
- jevy $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$ jsou nezávislé, pokud

$$\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \ldots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}(A_{i_k})$$

  pro každé $\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, n\}, k \in \{2, \dots, n\}$

Nezávislost jevů

- jevy $A, B \in \mathcal{A}$ jsou nezávislé, pokud $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A) \cdot \mathbb{P}(B)$
- jevy $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{A}$ jsou nezávislé, pokud

$$\mathbb{P}(A_{i_1} \cap \ldots \cap A_{i_k}) = \mathbb{P}(A_{i_1}) \cdot \ldots \cdot \mathbb{P}(A_{i_k})$$

  pro každé $\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, n\}, k \in \{2, \dots, n\}$
- nestačí ověřovat tuto součinovou vlastnost pouze pro dvojice, ani pouze pro celou n-tici

Náhodné veličiny

- buď $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ pravděpodobnostní prostor, reálnou náhodnou veličinou X nazveme měřitelné zobrazení

$$X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}),$$

  tedy $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro každé $B \in \mathcal{B}$

Náhodné veličiny

- buď $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ pravděpodobnostní prostor, reálnou náhodnou veličinou X nazveme měřitelné zobrazení

$$X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}),$$

  tedy $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro každé $B \in \mathcal{B}$
- náhodné veličiny popisují výsledek experimentu pomocí číselné hodnoty, např. výsledek hodu kostkou, výšku náhodně vybraného člověka, výši škody při dopravní nehodě apod.

Náhodné veličiny

- buď $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ pravděpodobnostní prostor, reálnou náhodnou veličinou X nazveme měřitelné zobrazení

$$X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}),$$

  tedy $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro každé $B \in \mathcal{B}$
- náhodné veličiny popisují výsledek experimentu pomocí číselné hodnoty, např. výsledek hodu kostkou, výšku náhodně vybraného člověka, výši škody při dopravní nehodě apod.
- chování náhodné veličiny X určuje její rozdělení, formálně vzato obraz míry $\mathbb{P}$ v zobrazení X:

$$P_X(B) = \mathbb{P}(X^{-1}(B)) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\}) = \mathbb{P}(X \in B), \; B \in \mathcal{B}$$

Náhodné veličiny

- buď $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ pravděpodobnostní prostor, reálnou náhodnou veličinou X nazveme měřitelné zobrazení
$$X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}),$$
tedy $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro každé $B \in \mathcal{B}$
- náhodné veličiny popisují výsledek experimentu pomocí číselné hodnoty, např. výsledek hodu kostkou, výšku náhodně vybraného člověka, výši škody při dopravní nehodě apod.
- chování náhodné veličiny X určuje její rozdělení, formálně vzato obraz míry $\mathbb{P}$ v zobrazení X:
$$P_X(B) = \mathbb{P}(X^{-1}(B)) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\}) = \mathbb{P}(X \in B), \; B \in \mathcal{B}$$
- rozdělení náhodné veličiny může být jednoznačně určeno i jinak (třeba pro diskrétní nebo spojité veličiny, viz níže)

Náhodné veličiny

- buď $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ pravděpodobnostní prostor, reálnou náhodnou veličinou X nazveme měřitelné zobrazení
$$X : (\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P}) \to (\mathbb{R}, \mathcal{B}),$$
tedy $X^{-1}(B) \in \mathcal{A}$ pro každé $B \in \mathcal{B}$
- náhodné veličiny popisují výsledek experimentu pomocí číselné hodnoty, např. výsledek hodu kostkou, výšku náhodně vybraného člověka, výši škody při dopravní nehodě apod.
- chování náhodné veličiny X určuje její rozdělení, formálně vzato obraz míry $\mathbb{P}$ v zobrazení X:
$$P_X(B) = \mathbb{P}(X^{-1}(B)) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \in B\}) = \mathbb{P}(X \in B), \; B \in \mathcal{B}$$
- rozdělení náhodné veličiny může být jednoznačně určeno i jinak (třeba pro diskrétní nebo spojité veličiny, viz níže)
- jsou i jiné náhodné veličiny než jen diskrétní a spojité, může jít třeba o směsi rozdělení s hustotou a s atomy, například denní úhrn srážek

Diskrétní náhodné veličiny

- diskrétní náhodná veličina může nabývat pouze konečného nebo spočetného množství hodnot (množství pacientů odbavených za hodinu, počet orlů před první pannou při házení mincí apod.)

Diskrétní náhodné veličiny

- diskrétní náhodná veličina může nabývat pouze konečného nebo spočetného množství hodnot (množství pacientů odbavených za hodinu, počet orlů před první pannou při házení mincí apod.)
- rozdělení je určeno sadou dvojic $\{(x_i, p_i), i = 1, 2, \ldots\}$, kde $x_i \in \mathbb{R}$ je hodnota a $p_i \in [0, 1]$ je její pravděpodobnost

Diskrétní náhodné veličiny

- diskrétní náhodná veličina může nabývat pouze konečného nebo spočetného množství hodnot (množství pacientů odbavených za hodinu, počet orlů před první pannou při házení mincí apod.)
- rozdělení je určeno sadou dvojic $\{(x_i, p_i), i = 1, 2, \ldots\}$, kde $x_i \in \mathbb{R}$ je hodnota a $p_i \in [0, 1]$ je její pravděpodobnost
- platí: $\sum_i p_i = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \sum_{i:x_i \in B} p_i, \; B \in \mathcal{B}$

Diskrétní náhodné veličiny

- diskrétní náhodná veličina může nabývat pouze konečného nebo spočetného množství hodnot (množství pacientů odbavených za hodinu, počet orlů před první pannou při házení mincí apod.)
- rozdělení je určeno sadou dvojic $\{(x_i, p_i), i = 1, 2, \dots\}$, kde $x_i \in \mathbb{R}$ je hodnota a $p_i \in [0, 1]$ je její pravděpodobnost
- platí: $\sum_i p_i = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \sum_{i:x_i \in B} p_i, \; B \in \mathcal{B}$
- Příklad: $X \sim Bi(n, p) : x_k = k, p_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \; k = 0, 1, \dots, n$

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)
- rozdělení je určeno měřitelnou funkcí $f_X \geq 0$, kde $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \int_B f_X(u)\,\mathrm{d}u,\ B \in \mathcal{B}$

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)
- rozdělení je určeno měřitelnou funkcí $f_X \geq 0$, kde $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \int_B f_X(u)\,\mathrm{d}u,\ B \in \mathcal{B}$
- funkci f_X nazýváme hustota náhodné veličiny X, formálně jde o Radon-Nikodymovu derivaci míry P_X vzhledem k Lebesgueově míře na $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)
- rozdělení je určeno měřitelnou funkcí $f_X \geq 0$, kde $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \int_B f_X(u)\,\mathrm{d}u,\ B \in \mathcal{B}$
- funkci f_X nazýváme hustota náhodné veličiny X, formálně jde o Radon-Nikodymovu derivaci míry P_X vzhledem k Lebesgueově míře na $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$
- Příklad: $X \sim R[0,1] : f_X(u) = \mathbb{I}_{[0,1]}(u),\ u \in \mathbb{R}$

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)
- rozdělení je určeno měřitelnou funkcí $f_X \geq 0$, kde $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \int_B f_X(u)\,\mathrm{d}u,\ B \in \mathcal{B}$
- funkci f_X nazýváme hustota náhodné veličiny X, formálně jde o Radon-Nikodymovu derivaci míry P_X vzhledem k Lebesgueově míře na $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$
- Příklad: $X \sim R[0,1] : f_X(u) = \mathbb{I}_{[0,1]}(u),\ u \in \mathbb{R}$
- Příklad: $X \sim N(0,1) : f_X(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{u^2}{2}},\ u \in \mathbb{R}$

Spojité náhodné veličiny

- spojitá náhodná veličina může nabývat libovolnou číselnou hodnotu, typicky z nějakého intervalu (teplota vzduchu na dané měřící stanici, doba do poruchy přístroje apod.)
- rozdělení je určeno měřitelnou funkcí $f_X \geq 0$, kde $\int_{-\infty}^{\infty} f_X(u)\,\mathrm{d}u = 1$, $P_X(B) = \mathbb{P}(X \in B) = \int_B f_X(u)\,\mathrm{d}u,\ B \in \mathcal{B}$
- funkci f_X nazýváme hustota náhodné veličiny X, formálně jde o Radon-Nikodymovu derivaci míry P_X vzhledem k Lebesgueově míře na $(\mathbb{R}, \mathcal{B})$
- Příklad: $X \sim R[0,1] : f_X(u) = \mathbb{I}_{[0,1]}(u),\ u \in \mathbb{R}$
- Příklad: $X \sim N(0,1) : f_X(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-\frac{u^2}{2}},\ u \in \mathbb{R}$
- Příklad: $X \sim N(\mu, \sigma^2) : f_X(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \mathrm{e}^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}},\ u \in \mathbb{R}$

Nezávislost náhodných veličin

- nechť X, Y jsou dvě náhodné veličiny definované na stejném pravděpodobnostním prostoru $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$

Nezávislost náhodných veličin

- nechť X, Y jsou dvě náhodné veličiny definované na stejném pravděpodobnostním prostoru $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$
- řekneme, že jsou nezávislé, pokud

$$\mathbb{P}(X \in A, Y \in B) = \mathbb{P}(X \in A) \cdot \mathbb{P}(Y \in B)$$

pro všechna $A, B \in \mathcal{B}$

Nezávislost náhodných veličin

- nechť X, Y jsou dvě náhodné veličiny definované na stejném pravděpodobnostním prostoru $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$
- řekneme, že jsou nezávislé, pokud

  $$\mathbb{P}(X \in A, Y \in B) = \mathbb{P}(X \in A) \cdot \mathbb{P}(Y \in B)$$

  pro všechna $A, B \in \mathcal{B}$
- podobně pro více než dvě náhodné veličiny, stejně jako u nezávislosti jevů ale nestačí ověřovat součinovou vlastnost pouze pro všechny dvojice, ani pouze pro celou n-tici

Střední hodnota náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina, střední hodnotu $\mathbb{E}X$ definujeme jako reálné číslo
$$\mathbb{E}X = \int_\Omega X(\omega)\,\mathrm{d}\mathbb{P}(\omega),$$
pokud integrál na pravé straně existuje

Střední hodnota náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina, střední hodnotu $\mathbb{E}X$ definujeme jako reálné číslo
$$\mathbb{E}X = \int_\Omega X(\omega)\,\mathrm{d}\mathbb{P}(\omega),$$
pokud integrál na pravé straně existuje
- počítáme samozřejmě jinak (věta o přenosu integrace):
$$\begin{aligned}\mathbb{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} u\,\mathrm{d}P_X(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} uf_X(u)\,\mathrm{d}u \quad \text{pro spojité veličiny,}\\ &= \sum_i x_i \mathbb{P}(X = x_i) \quad \text{pro diskrétní veličiny}\end{aligned}$$

Střední hodnota náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina, střední hodnotu $\mathbb{E}X$ definujeme jako reálné číslo
$$\mathbb{E}X = \int_\Omega X(\omega)\,\mathrm{d}\mathbb{P}(\omega),$$
pokud integrál na pravé straně existuje
- počítáme samozřejmě jinak (věta o přenosu integrace):
$$\begin{aligned}\mathbb{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} u\,\mathrm{d}P_X(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} uf_X(u)\,\mathrm{d}u \quad \text{pro spojité veličiny,}\\ &= \sum_i x_i\mathbb{P}(X = x_i) \quad \text{pro diskrétní veličiny}\end{aligned}$$
- může být konečná, ∞, $-\infty$ nebo neexistovat

Střední hodnota náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina, střední hodnotu $\mathbb{E}X$ definujeme jako reálné číslo
$$\mathbb{E}X = \int_\Omega X(\omega)\,\mathrm{d}\mathbb{P}(\omega),$$
pokud integrál na pravé straně existuje
- počítáme samozřejmě jinak (věta o přenosu integrace):
$$\begin{aligned}\mathbb{E}X = \int_{-\infty}^{\infty} u\,\mathrm{d}P_X(u) &= \int_{-\infty}^{\infty} uf_X(u)\,\mathrm{d}u \quad \text{pro spojité veličiny,}\\ &= \sum_i x_i\mathbb{P}(X = x_i) \quad \text{pro diskrétní veličiny}\end{aligned}$$
- může být konečná, $\infty, -\infty$ nebo neexistovat
- buďte $X, Y, X_1, X_2, \ldots, X_n$ náhodné veličiny s konečnou střední hodnotou, pak platí
    - $\mathbb{E}(a + bX) = a + b\mathbb{E}X$
    - $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}X + \mathbb{E}Y$
    - $\mathbb{E}(X_1 + \ldots + X_n) = \mathbb{E}X_1 + \ldots + \mathbb{E}X_n$
    - pro nezávislé náhodné veličiny X, Y platí $\mathbb{E}XY = \mathbb{E}X \cdot \mathbb{E}Y$

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$
- často značíme σ^2 nebo σ_X^2

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako

$$\mathrm{var} X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$

- často značíme σ^2 nebo σ_X^2
- platí $\mathrm{var} X \geq 0$, navíc $\mathrm{var} X = 0 \iff \exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X = c) = 1$

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$
- často značíme σ^2 nebo σ_X^2
- platí $\mathrm{var}X \geq 0$, navíc $\mathrm{var}X = 0 \iff \exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X = c) = 1$
- obvykle počítáme jako $\mathrm{var}X = \mathbb{E}X^2 - (\mathbb{E}X)^2$, kde $\mathbb{E}X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \,\mathrm{d}P_X(u)$ a dá se počítat podobně jako stř. h. výše

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$
- často značíme σ^2 nebo σ_X^2
- platí $\mathrm{var}X \geq 0$, navíc $\mathrm{var}X = 0 \iff \exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X = c) = 1$
- obvykle počítáme jako $\mathrm{var}X = \mathbb{E}X^2 - (\mathbb{E}X)^2$, kde $\mathbb{E}X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \,\mathrm{d}P_X(u)$ a dá se počítat podobně jako stř. h. výše
- pro každé $a, b \in \mathbb{R}$ platí: $\mathrm{var}(a + bX) = \mathbb{E}(a + bX - \mathbb{E}(a + bX))^2 = \mathbb{E}(bX - \mathbb{E}(bX))^2 = b^2\mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2 = b^2\mathrm{var}X$

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$
- často značíme σ^2 nebo σ_X^2
- platí $\mathrm{var}X \geq 0$, navíc $\mathrm{var}X = 0 \iff \exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X = c) = 1$
- obvykle počítáme jako $\mathrm{var}X = \mathbb{E}X^2 - (\mathbb{E}X)^2$, kde $\mathbb{E}X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \,\mathrm{d}P_X(u)$ a dá se počítat podobně jako stř. h. výše
- pro každé $a, b \in \mathbb{R}$ platí: $\mathrm{var}(a + bX) = \mathbb{E}(a + bX - \mathbb{E}(a + bX))^2 = \mathbb{E}(bX - \mathbb{E}(bX))^2 = b^2\mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2 = b^2\mathrm{var}X$
- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \dots, X_n$ platí $\mathrm{var}(X_1 + \ldots + X_n) = \sum_{i=1}^n \mathrm{var}X_i$

Rozptyl náhodné veličiny

- buď X reálná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou $\mathbb{E}X$ a konečným druhým momentem $\mathbb{E}X^2 < \infty$, rozptyl veličiny X definujeme jako
$$\mathrm{var}X = \mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2$$
- často značíme σ^2 nebo σ_X^2
- platí $\mathrm{var}X \geq 0$, navíc $\mathrm{var}X = 0 \iff \exists c \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(X = c) = 1$
- obvykle počítáme jako $\mathrm{var}X = \mathbb{E}X^2 - (\mathbb{E}X)^2$, kde $\mathbb{E}X^2 = \int_{-\infty}^{\infty} u^2 \,\mathrm{d}P_X(u)$ a dá se počítat podobně jako stř. h. výše
- pro každé $a, b \in \mathbb{R}$ platí: $\mathrm{var}(a + bX) = \mathbb{E}(a + bX - \mathbb{E}(a + bX))^2 = \mathbb{E}(bX - \mathbb{E}(bX))^2 = b^2\mathbb{E}(X - \mathbb{E}X)^2 = b^2\mathrm{var}X$
- pro nezávislé náhodné veličiny $X_1, \ldots, X_n$ platí $\mathrm{var}(X_1 + \ldots + X_n) = \sum_{i=1}^n \mathrm{var}X_i$
- pro závislé náhodné veličiny platí o něco složitější vzorec pro $\mathrm{var}(X_1 + \ldots + X_n)$

Kvantily spojité náhodné veličiny

- pro $\alpha \in (0,1)$ nazveme α-kvantilem rozdělení spojité náhodné veličiny X takové číslo $u_\alpha \in \mathbb{R}$, které splňuje $\mathbb{P}(X \leq u_\alpha) = \alpha$

Kvantily spojité náhodné veličiny

- pro $\alpha \in (0, 1)$ nazveme α-kvantilem rozdělení spojité náhodné veličiny X takové číslo $u_\alpha \in \mathbb{R}$, které splňuje $\mathbb{P}(X \leq u_\alpha) = \alpha$
- hodnotu $u_{1/2}$ nazýváme medián

Kvantily spojité náhodné veličiny

- pro $\alpha \in (0, 1)$ nazveme α-kvantilem rozdělení spojité náhodné veličiny X takové číslo $u_\alpha \in \mathbb{R}$, které splňuje $\mathbb{P}(X \leq u_\alpha) = \alpha$
- hodnotu $u_{1/2}$ nazýváme medián
- existuje obecnější definice kvantilů, bez předpokladu spojitosti náhodné veličiny X