Funkcionální analýza 1 – úvodní informace

O čem a k čemu je tato přednáška

- Jak je zřejmé z názvu, tato přednáška se věnuje funkcionální analýze, což je velmi široká oblast matematiky, která se zabývá mj. nekonečněrozměrnými vektorovými prostory s dodatečnou topologickou strukturou a spojitými lineárními zobrazeními.
- Tématem přednášky jsou tři pokročilé partie funkcionální analýzy:
  - Topologické vektorové prostory a slabé topologie – zobecnění normovaných prostorů. Slabé topologie jsou mj. důležité pro hlubší pochopení vlastností Banachových prostorů. Topologické vektorové prostory zase například poskytují potřebnou teorii ke studiu některých prostorů funkcí, které nejsou normovatelné (algebry spojitých, hladkých či holomorfních funkcí, Schwartzův prostor, kvazinormované prostory aj.).
  - Základy vektorové integrace – zobecnění Lebesgueova integrálu pro funkce s hodnotami v Banachových prostorech. Hodí se to třeba při studiu některých parciálních diferenciálních rovnic.
  - Banachovy algebry a spektrální teorie – rozsáhlá oblast, kde se prolíná analýza s algebrou. Využívá se například při podrobné analýze operátorů (včetně integrálních a diferenciálních), souvisí s teorií grup a Fourierovou analýzou atd.

Potřebné znalosti

Jde o pokročilý kurz magisterského studia, k jehož porozumění je třeba nemalé množství počátečních znalostí. Mimo jiné tyto:

- Základy funkcionální analýzy – normované lineární prostory, Banachovy a Hilbertovy prostory, duální prostory, omezené lineární operátory, základní věty funkcionální analýzy. Tyto znalosti se používají v průběhu celé přednášky.
- Základy obecné topologie – topologické prostory, báze topologie, báze okolí, spojitá zobrazení, základní topologické konstrukce, kompaktní prostory. Toto je nezbytné pro porozumění prvnímu okruhu a používá se i ve třetí oblasti.
- Teorie míry a integrálu – abstraktní míra, abstraktní Lebesgueův integrál. Toto je zcela klíčové ve druhé oblasti, ale používá se i v oblasti první a třetí.
- Základy komplexní analýzy – holomorfní funkce a jejich vlastnosti, Cauchyova věta a Cauchyův vzorec atp. Tyto znalosti jsou důležitým nástrojem ve třetí oblasti.