VII.3 Alternující řady

Věta 9 (Leibnizovo kritérium). *Mějme řadu* $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$. *Nechť platí*

- $a_n \geq a_{n+1} \geq 0$ *pro každé* $n \in \mathbb{N}$,
- $\lim a_n = 0$.

Potom $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ *konverguje.*

Definice. Řekneme, že řada $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je **neabsolutně konvergentní**, je-li konvergentní, ale ne absolutně konvergentní.

VII.4 Přerovnávání řad

Definice. Budiž $\{k_n\}$ posloupnost přirozených čísel taková, že každé přirozené číslo je v ní obsaženo právě jednou. Řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n}$ nazveme **přerovnáním řady** $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Věta 10 (přerovnání absolutně konvergentních řad). *Nechť řada* $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ *je absolutně konvergentní. Potom každé její přerovnání* $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n}$ *je absolutně konvergentní a platí*

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n}.$$

Poznámka. Je-li $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ neabsolutně konvergentní řada, pak:

(i) pro každé $s \in \mathbf{R}^*$ existuje přerovnání, jehož součet je s;

(ii) existuje přerovnání, které nemá součet.