# Písemná zkouška z Matematické analýzy II pro informatiky (V)
## LS 2003-2004, kruhy 31–36 a 42–46

**Příklad 1 :** Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\sin^2 x}{\sin x + \cos x + 2}\,\mathrm{d}x$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

**Příklad 2 :** Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = n \operatorname{arctg} \frac{x}{n}\ ?$$ (13 bodů)

**Příklad 3 :** Spočtěte $\displaystyle\int_0^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin nx}{17^n}\,\mathrm{d}x.$

(13 bodů)

**Příklad 4 :** Rozviňte funkci

$$f(x) = x^2 - x, \quad x \in (0, \pi)$$

v sinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

**Příklad 5 :** (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

(a) Uveďte příklad funkce $f$, pro kterou $\underline{\int_0^1} f = 5$ a $\overline{\int_0^1} f = 15$.

(b) Nechť řada funkcí $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ konverguje bodově na $\langle 0, 1\rangle$ a stejnoměrně na $(0, 1)$. Musí konvergovat stejnoměrně na $\langle 0, 1\rangle$? Pokud ne, uveďte příklad.

(c) Uveďte příklad mocninné řady, která má poloměr konvergence 2.

(d) Nechť $(M, \rho)$ je metrický prostor, $a \in M$ a $r > 0$. Musí platit $\{x \in M : \rho(x, a) \leq r\} = \overline{\{x \in M : \rho(x, a) < r\}}$? Pokud ne, uveďte příklad.

(e) Uveďte příklad omezené podmnožiny $\mathbf{R}$, která není kompaktní.