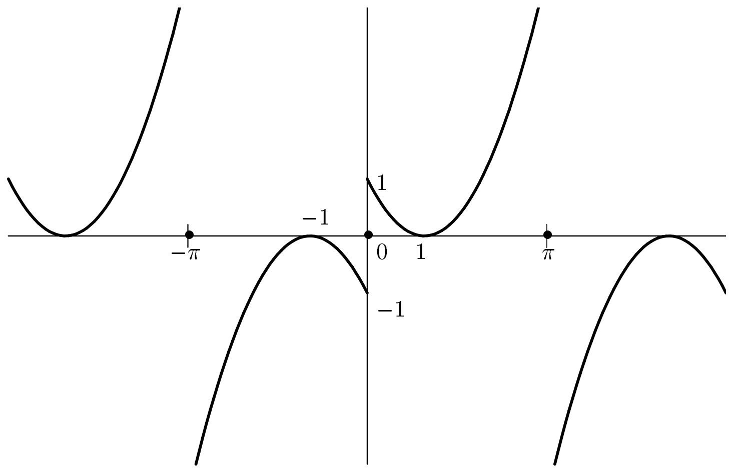
Výsledky písemky z Matematické analýzy II pro informatiky (B)

LS 2003-2004, kruhy 31-36 a 43-46

Příklad 1: $-\frac{1}{6}\log|x-1| - \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{2}\log|x+1| - \frac{1}{6}\log(x^2+x+1) - \frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+1}{\sqrt{3}} + C$ na každém z intervalů $(-\infty,-1)$, $(-1,1)$ a $(1,+\infty)$.
Příklad 2: $f_n \to 0$ stejnoměrně na $\langle 0,1\rangle$, pro $x>1$ nekonverguje.
Příklad 3: f je definovaná a spojitá na $\mathbf{R}$ (řada konverguje stejnoměrně na intervalech $(c,+\infty)$, $c\in\mathbf{R}$). Limita v $+\infty$ je $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{e^{-2n}}{n}$ (lze použít větu o záměně limit), limita v $-\infty$ je $+\infty$ (lze použít větu o policajtech).
Příklad 4: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n\pi}(1-(-1)^n(\pi-1)^2) - \frac{4}{n^3\pi}(1-(-1)^n)\right)\sin nx$
Graf součtu:



Příklad 5: (a) Například $f(x)=\frac{1}{x-1}$. (b) NE. Například $f_n(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{n}$. (c) ANO. Protože řada konverguje stejnoměrně na $\mathbf{R}$, je její součet spojitý a ona je Fourierovou řadou svého součtu. (d) ANO, $\mathbf{R}^2\setminus\{(0,0),(1,1)\}$. (e) NE. Například $f(x)=\operatorname{sgn} x$, $A=\{0\}$, $B=(0,+\infty)$.