Výsledky písemky z Matematické analýzy II pro informatiky (C)

LS 2003-2004, kruhy 31-36 a 43-46

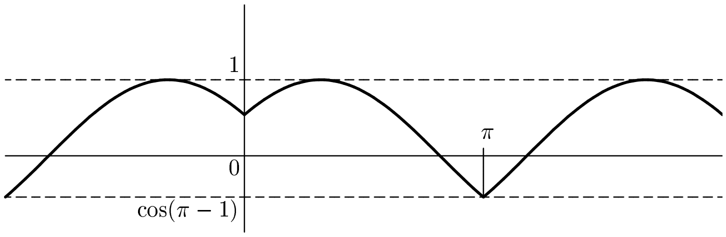
Příklad 1: $\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x + 2\log|\operatorname{tg} x - 1| - 2\log|\operatorname{tg} x + 1| + C$ na každém z intervalů $(k\frac{\pi}{4}, (k+1)\frac{\pi}{4})$, $k \in \mathbf{Z}$. Lze použít substituci $y = \operatorname{tg} x$.

Příklad 2: $f_n \to 1$ na $\mathbf{R}$. Konvergence je stejnoměrná na intervalech $(-\infty, -\varepsilon\rangle$ a $\langle\varepsilon, +\infty)$ pro $\varepsilon > 0$, není stejnoměrná na $(0, \varepsilon)$ ani na $(-\varepsilon, 0)$ pro $\varepsilon > 0$.

Příklad 3: f má vlastní derivaci v každém bodě množiny $\mathbf{R} \setminus \{k\pi\colon k \in \mathbf{Z}\}$, v ostatních bodech má vlastní derivaci zleva i vlastní derivaci zprava a ty jsou různé.

Příklad 4: $\frac{2}{\pi}\sin 1 + \cos 1 \cdot \cos x + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{-4\sin 1}{\pi(4n^2-1)} \cos 2nx.$

Graf součtu:



Příklad 5: (a) NE. Například $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$. (b) Například $f_n(x) = \begin{cases} 0 & x \in \langle \frac{1}{n}, 1) \\ n^3 & x \in (0, \frac{1}{n}) \end{cases}$. (c) NE. Například $f(x) = \frac{1}{x-3}$. (d) NE. Lze snadno ukázat, že hranice je vždy uzavřená množina. (e) NE. $\langle 0, 1\rangle$ je kompaktní a $(0, 1)$ ne.