# Písemná zkouška z Matematické analýzy II pro informatiky (D)
## LS 2003-2004, kruhy 31–36 a 43–46

**Příklad 1 :** Spočtěte primitivní funkci

$$\int \frac{\sin x}{9\cos^2 x + 2\sin^4 x}\,\mathrm{d}x$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

**Příklad 2 :** Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \sqrt[n]{x^n + 1}, \qquad x \in \langle 0, +\infty) \ ?$$

(13 bodů)

**Příklad 3 :** Spočtěte $f'(0)$, kde $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \log \sqrt{\dfrac{n^2 + x^2}{n^2 + 1}}$.

(13 bodů)

**Příklad 4 :** Rozviňte funkci

$$\sin 2x, \qquad x \in (0, \pi)$$

v kosinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

**Příklad 5 :** (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

(a) Nechť $f$ a $g$ jsou funkce omezené na $\langle 1, 2\rangle$, které splňují $f(x) \leq g(x)$ pro každé $x \in \langle 1, 2\rangle$. Musí platit $\overline{\int_1^2} f \leq \underline{\int_1^2} g$? Pokud ne, uveďte příklad.

(b) Nechť $f_n \rightrightarrows 0$ na $\mathbf{R}$. Musí platit $\lim_{n\to\infty} f_n(n) = 0$? Pokud ne, uveďte příklad.

(c) Je funkce $f(x) = e^x$, $x \in \langle -\pi, \pi\rangle$ v každém bodě součtem Fourierovy řady nějaké funkce? Zdůvodněte.

(d) Nechť $(M, \rho)$ je metrický prostor a $A \subset M$. Musí platit $\operatorname{bd} A = \operatorname{bd}(M \setminus A)$? Pokud ne, uveďte příklad.

(e) Napište příklad homeomorfismu $f\colon \mathbf{R} \to (0, 1)$.