

Sylabus - Matematická analýza I (NOFY151)

1. Limita, spojitost, derivace

- **Základní pojmy:** základy logiky a teorie množin; axiomatické zavedení reálných čísel; definice suprema, infima a základní vlastnosti; zavedení přirozených, celých, racionálních a komplexních čísel; funkce: definice, obor hodnot, základní vlastnosti (zobrazení prosté, na, vzájemně jednoznačné, sudé, liché, omezené shora, zdola, inverzní, složené), rozšíření reálných a komplexních čísel.
- **Limita a spojitost:** definice limity; definice vlastní limity ve vlastním bodě; Bolzano–Cauchyho podmínka; jednostranné limity; věty o limitě součtu, součinu, podílu a složeného zobrazení; různé typy singularit: skok, blow-up, oscilace; definice spojitosti v bodě a na množině, věty o spojitosti součtu, součinu, podílu a složené funkce.
- **Derivace:** definice; geometrická a fyzikální interpretace: rovnice tečny ke křivce v daném bodě, definice okamžité rychlosti; věty o derivování součtu, součinu, podílu, složené funkce a funkce inverzní; derivace vyšších řádů a parciální derivace; definice derivace ve směru.
- **Zavedení elementárních funkcí:** zavedení exponenciály, sinu a cosinu; derivace funkcí tg , $cotg$, $\sinh$, $\cosh$, $\arcsin$, $\arccos$, $cotg$, $arccotg$, $\ln$, x^a , a^x , $\dots$.

2. Primitivní funkce

- **Základní vlastnosti:** definice; (ne)jednoznačnost; linearita; spojitost.
- **Metody integrace:** per-partes; věty o substituci; racionální funkce a jejich integrace; speciální substituce.

3. Limity podruhé

- **Hlubší vlastnosti limit:** limity nevlastní a limity v nevlastních bodech; speciální případy, charakterizace a l'Hospitalova věta.
- **Nekonečně malé/velké veličiny:** klasifikace; symboly o , O ; definice ekvivalence a silné ekvivalence.
- **Monotónní funkce:** limity monotónních funkcí; limitní přechody v nerovnostech; existence limity v krajních bodech monotónních funkcí.
- **Limity posloupností:** definice; vztah limit posloupností a funkcí; Heineho a Weierstrassova věta.

4. Hlubší vlastnosti spojitých a diferencovatelných funkcí

- **Lokální a globální extrém:** definice lokálních a globálních extrémů; nutná podmínka jejich existence; množina podezřelých bodů; Darbouxova věta o nabývání mezíhodnot; věta o existenci spojitě inverzní funkce; definice stejnoměrné spojitosti; vztah mezi spojitostí a stejnoměrnou spojitostí (Cantorova věta).
- **Věty o střední hodnotě:** Rolleova, Lagrangeova a Cauchyho věta o střední hodnotě a jejich důsledky; geometrická interpretace; důkaz l'Hospitalovy věty; věta o jednostranných derivacích; postačující podmínky pro existenci lokálních extrémů.
- **Konkávita a konvexita:** definice a ekvivalentní tvary; Jensenova nerovnost; prostory spojitých a spojitě diferencovatelných funkcí.

- **Taylorovy polynomy:** definice; Peanova věta; Lagrangeův a Cauchyův tvar zbytku; Taylorovy polynomy základních funkcí; výpočet limit pomocí Taylorových polynomů.

5. Newtonův a Riemannův integrál

- **Newtonův integrál:** definice zobecněné primitivní funkce a definice Newtona integrálu; Newton–Leibnizova formule.
- **Riemannův integrál:** dolní a horní Riemannovy součty, horní a dolní Riemannův integrál a jejich existence; definice Riemannova integrálu; charakterizace existence Riemannova integrálu; věty o existenci a věty o střední hodnotě.
- **Vlastnosti Riemannova integrálu:** Riemannův integrál nezáporných funkcí; vztah integrálu pro f a $|f|$; Riemannův integrál přes sjednocení disjunktních množin; základní věta integrálního a diferenciálního počtu; věta o existenci primitivní funkce; prostory Riemannovsky a Newtonsky integrovatelných funkcí.
- **Výpočet Riemannova integrálu:** věty o per partes a substituci.