
2. zápočtová písemka - vzorové zadání

NMFM202 – Pravděpodobnost pro finanční matematiky

23. 5. 2025

1. (6 bodů) Náhodný vektor $(X, Y)^\top$ má rozdělení dané hustotou

$$f(x, y) = \begin{cases} c \cdot t(x, y), & \text{pro } x, y \in M \subset \mathbb{R}^2; \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Možné úkoly:

- (a) Spočítejte konstantu c tak, aby se skutečně jednalo o hustotu.
 - (b) Spočítejte pravděpodobnost $P((X, Y)^\top \in A)$
 - (c) Určete marginální rozdělení veličin X a Y .
 - (d) Jsou X a Y nezávislé?
 - (e) Spočítejte kovarianci či korelaci mezi X a Y .
 - (f) Spočítejte (podmíněnou) střední hodnotu
2. (6 bodů) Nechť X a Y jsou nezávislé náhodné veličiny dané hustotami f_X a f_Y .
- (a) Určete hustoty transformovaných náhodných veličin $U = t_1(X)$ a $V = t_2(Y)$.
 - (b) Určete hustotu součtu náhodných veličin.
3. (8 bodů) Nechť náhodný vektor $(X, Y)^\top$ má na množině

$$M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \dots\dots\dots\}$$

spojité rozdělení dané hustotou $f(x, y) = \dots$ pro $(x, y) \in M$.

- (a) Určete sdružené rozdělení náhodného vektoru $(U, V)^\top = \mathbf{t}(X, Y)^\top$.
- (b) Určete marginální rozdělení.
- (c) Spočítejte střední hodnoty, pravděpodobnosti,
- (d) Určete podmíněné rozdělení.
- (e) Spočítejte $E[\dots | \dots]$ různých rozumných transformací.