

# Analytická Geometrie III

LS 2019/20

dobrovolný domácí úkol

Pozn. 1.: Najdete-li chybu, neváhejte mi napsat, může to ušetřit tápání Vašich kolegů.

## Kuželosečky

Samostudium viz Sekanina, Boček a kol.:Geometrie I, II; Kočandrle, Boček: Matematika pro gymnázia - Analytická geometrie.

1. Napište co nejjednodušší rovnice všech typů kuželoseček.
2. V následujících úlohách určete typ kuželosečky a její vlastnosti (v závislosti od typu) - regulární/singulární, ne/středová, asymptoty, osy, ohniska, řídicí přímku
  - (a)  $x - xy + y = 0$ ; a dále určete rovnic tečen z bodu  $P = [1, -1]$
  - (b)  $y^2 - 2y + 1 = 0$ ; a dále najděte její průsečíky s kružnicí  $x^2 + y^2 = 2$
  - (c)  $4x^2 - y^2 - 16x - 6y + 7 = 0$ ; a napište rovnici kuželosečky, kterou tvoří její osy
  - (d)  $4x^2 + 4xy + y^2 - 12x - 6y + 5 = 0$ ; a napište rovnici poláry v bodě  $P = [0, 1]$
  - (e)  $xy - 3x + 4y = 0$ ; a určete rovnice poláry a tečny z bodu  $P = [-4, 1]$
3. Všechny paraboly jsou si podobné. Dokažte.
4. Jsou dány množiny bodů  $\mathbf{A} : A[-a, a^2]$  a  $\mathbf{B} : B[b, b^2]$  v  $\mathbb{R}$  pro  $1 < a, b \in \mathbb{Z}$ .
  - a) Najděte množinu  $\mathbf{P}$  průsečíků  $P$  spojnic  $\overline{AB}$  s osou  $y$ .
  - b) Zamyslete (!) se nad  $y$ -ovými souřadnicemi bodů  $P$  a napište jakou číselnou množinu popisují.
5. V  $\mathbb{R}^2$ . Určete množinu všech středů kružnic, které vytínají na ose  $x$  úsečku délky  $2a$  a na ose  $y$  úsečku délky  $2b$ .